

Ю.В. Версаль, асп.

Кіровоградський національний технічний університет

## Побудова математичних моделей функцій належності параметрів стану лактуючих корів для системи діагностики фізіологічного стану тварин

В статті обґрутовано доцільність побудови системи діагностики фізіологічного стану лактуючих корів на базі нечіткої логіки. Проведено побудову математичних моделей функцій належності, що формалізують представлення параметрів стану тварин у вигляді нечітких множин для їх подальшого використання при розробці системи діагностики фізіологічного стану тварин.

**фізіологічний стан, діагностика, теорія нечітких множин, математична модель, функція належності**

Здоров'я корів-продуцентів молока є основним у визначені степені рентабельності молочного скотарства і має широку соціальну значимість у більшості країн світу [1], тому потребує ефективного контролю, що ґрунтуються на ранньому та точному виявленні захворювань.

Діагностика фізіологічного стану тварин (ФСТ) є одним з найбільш складних та інтелектуальних видів діяльності. Це обумовлено наявністю великої кількості різномірних параметрів стану тварини, що впливають на діагноз, і важкістю побудови аналітичних залежностей, що пов'язують їх значення з типом діагнозу.

Існує багато методів діагностики ФСТ, у тому числі з використанням низки перспективних пристройів, які функціонують на електронній основі і базуються на вимірюванні електропровідності [2, 3] або температури молока [4, 5]. Однак, вони не дозволяють описувати причинно-наслідкові зв'язки між параметрами стану тварини та її діагнозом на природній мові, моделюючи логіку суджень ветеринара з застосуванням нечислової (нечіткої) інформації. Спробу вирішення цієї проблеми здійснено зарубіжними вченими [6] шляхом застосування моделі нечіткої логіки поряд зі статистичною моделлю діагностики фізіологічного стану лактуючих корів (ФСЛК). Результати роботи системи вказують на перспективність використання методу і подальшої розробки автоматизованої системи діагностики ФСТ на базі нечіткої логіки, що включає: розробку математичних моделей і алгоритмів, що формалізують процес прийняття рішень; розробку математичних моделей функцій належності, що використовуються в моделях і алгоритмах діагностики; вирішення задачі діагностики з застосуванням розроблених моделей і алгоритмів.

Дана робота присвячена побудові математичних моделей функцій належності, що формалізують представлення параметрів стану тварин у вигляді нечітких множин, з метою їх подальшого застосування при розробці системи діагностики ФСТ.

Задачу діагностики розглядаємо як процес прийняття рішень в системі з одним вихідним параметром (діагнозом  $D$ ) і  $n=10$  вхідними параметрами (параметрами стану тварини  $x_1 \dots x_n$ ), що представлено на рисунку 1 у вигляді дерева логічного висновку.

Вхідні параметри, зведені в таблиці 1, розглядаються як лінгвістичні змінні, задані на відповідних універсальних множинах і оцінюються нечіткими термами з терм-множини. Став очевидним їх різномірний характер:  $x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$  – кількісні параметри,  $x_1, x_2, x_3$  – якісні.

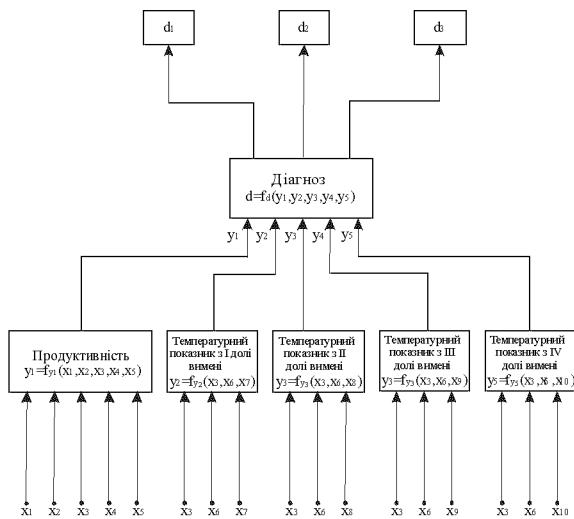


Рисунок 1 – Дерево логічного висновку

У теорії нечітких множин терм формалізується нечіткою множиною за допомогою функції належності. Побудова функцій належності може здійснюватися різними способами, вибір яких залежить від мети і виду задачі прийняття рішення. В загальному випадку функції належності можуть бути отримані спеціально розробленими методами, серед яких найбільш розповсюдженим є метод статистичних даних [7] і метод парних порівнянь [8]. Крім того, можна скористатися стандартними функціями належності [9]. В [10] відмічається, що нечіткі

Таблиця 1 - Формалізація параметрів стану тварини лінгвістичними змінними

Параметр стану	Універсальна множина	Терми для лінгвістичної оцінки
x <sub>1</sub> - номер лактації	1 ÷ 3 у.о.	перша (І); друга (ІІ); третя і старше (ІІІ).
x <sub>2</sub> - тривалість лактації	1 ÷ 9 у.о.	перший етап (І); другий (ІІ); третій (ІІІ); четвертий (ІV); п'ятий (V); шостий (VI); сьомий (VII); восьмий (VIII); дев'ятий (IX).
x <sub>3</sub> - час доби	1 ÷ 2 у.о.	ранок (Р); вечір (В).
x <sub>4</sub> - температура зовнішнього повітря	0 ÷ +35 °C	нормальна (Н); жарка (Ж); дуже жарка (дЖ).
x <sub>5</sub> - разовий надій молока	1,5 ÷ 10,9 л	дуже низький (дН); низький (Н); набагато нижче середнього (ннС); нижче середнього(нС); середній (С); вище середнього (вС); набагато вище середнього (нвС); високий (В); дуже високий (дВ).
x <sub>6</sub> - температура навколошнього повітря	0 ÷ +35 °C	нормальна (Н); вище нормальної (вН); жарка (Ж); дуже жарка (дЖ).
x <sub>7</sub> ...x <sub>10</sub> - температура молока з різних долей вимені	+38,5 ÷ +41,6 °C	низька (Н); нижче середньої (нС); середня (С); вище середньої (вС); висока (В); дуже висока (дВ).

множини, з якими доводиться оперувати при вирішенні більшості практичних задач, є унімодальними і нормальними. Один з можливих методів апроксимації таких множин – апроксимація за допомогою функцій (L-R) типу [10]. Однак застосування (L-R) функцій пов’язано з трудоємною процедурою підбору невідомих параметрів на основі експертної інформації. Тому виникає задача побудови функцій належності в умовах мінімуму вихідних даних. Скористаємося рекомендаціями [11] для випадку різнопідвидів параметрів стану тварини з різною кількістю термів. Будемо апроксимувати функції належності трикутниками, що мають наступні властивості:

- основою трикутника є універсальна множина (інтервал)  $U_i = [0, l_i - 1]$ ,

де  $l_i=2,3,\dots,9$  – кількість термів лінгвістичної змінної  $x_i$ ,  $i = \overline{1,10}$ ;

- вершина трикутника відповідає номеру лінгвістичного терму. Терми пронумеровані цілыми числами від 1 до  $l_i$ ;

- інтерпретація номера терму може бути різною в залежності від специфіки лінгвістичної змінної.

Відобразимо діапазон  $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$  зміни параметра  $x_i$  на множину  $U_i = [0, l_i - 1]$ , яку будемо вважати універсальною множиною змінної  $x_i$ . Перерахунок фіксованого значення  $x_i^* \in [\underline{x}_i, \bar{x}_i]$  у відповідний елемент  $u_i = [0, l_i - 1]$  визначаємо пропорцією:

$$\frac{\bar{x}_i - \underline{x}_i}{l_i - 1} = \frac{x_i^* - \underline{x}_i}{u_i^*}, \text{ звідки } u_i^* = (l_i - 1) \frac{x_i^* - \underline{x}_i}{\bar{x}_i - \underline{x}_i}.$$

Функція належності  $\tilde{\mu}^j(u)$  нечіткого терму з номером  $j$  визначається прямими лініями (1)

$$\mu(u) = \frac{\mu_2 - \mu_1}{u_2 - u_1} u + \frac{\mu_1 u_2 - \mu_2 u_1}{u_2 - u_1}, \quad (1)$$

які проходять через точки з координатами:

$$\left. \begin{array}{ll} (0,1) & i (l_i - 1, 0), \text{ при } u \in [0, l_i - 1] \text{ для } j = 1; \\ (0,0) & i (j-1, 1), \text{ при } u \in (0, j-1] \\ (j-1, 1) & i (l_i - 1, 0), \text{ при } u \in (j-1, l_i - 1] \\ (0,0) & i (l_i - 1, 1), \text{ при } u \in [0, l_i - 1] \text{ для } j = l_i. \end{array} \right\} \text{для } j = 2, l_i - 1; \quad (2)$$

На основі (2) і (1) знаходимо аналітичні вирази функцій належності для параметрів з таблиці 1 по наступним вихідним даним:

- діапазон  $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$  зміни значень параметра  $x_i$ ,  $i = \overline{1, 10}$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_i$ .

### 1. Номер лактації $x_1$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_1 = [1, 3]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_1$   $l=3$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_1 = [1, 3]$  на множину  $U_1 = [0, 2]$ . Перерахунок фіксованого значення  $x_1^* \in [1, 3]$  у відповідний елемент  $u_1^* = [0, 2]$  визначається пропорцією:  $u_1^* = x_1^* - 1$ . Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_1)$ :

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{\mu}^1(u_1) = 1 - \frac{1}{2}u_1, \quad u_1 \in [0, 2] \\ \tilde{\mu}^2(u_1) = \begin{cases} u_1, & u_1 \in [0, 1) \\ 2 - u_1, & u_1 \in [1, 2] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^3(u_1) = \frac{1}{2}u_1, \quad u_1 \in [0, 2] \end{array} \right\};$$

### 2. Тривалість лактації $x_2$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_2 = [1, 9]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_2$   $l=9$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_2 = [1,9]$  на множину  $U_2 = [0,8]$ . Перерахунок фіксованого значення  $x_2^* \in [1,9]$  у відповідний елемент  $u_2^* = [0,8]$  визначається пропорцією:  $u_2^* = x_2^* - 1$ . Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_2)$ :

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mu}^1(u_2) &= 1 - \frac{1}{8}u_2, \quad u_2 \in [0,8] \\ \tilde{\mu}^2(u_2) &= \begin{cases} u_2, & u_2 \in [0,1] \\ \frac{8}{7} - \frac{1}{7}u_2, & u_2 \in [1,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^3(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{2}u_2, & u_2 \in [0,2) \\ \frac{8}{6} - \frac{1}{6}u_2, & u_2 \in [2,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^4(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{3}u_2, & u_2 \in [0,3) \\ \frac{8}{5} - \frac{1}{5}u_2, & u_2 \in [3,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^5(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{4}u_2, & u_2 \in [0,4) \\ 2 - \frac{1}{4}u_2, & u_2 \in [4,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^6(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{5}u_2, & u_2 \in [0,5) \\ \frac{8}{3} - \frac{1}{3}u_2, & u_2 \in [5,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^7(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{6}u_2, & u_2 \in [0,6) \\ 4 - \frac{1}{2}u_2, & u_2 \in [6,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^8(u_2) &= \begin{cases} \frac{1}{7}u_2, & u_2 \in [0,7) \\ 8 - u_2, & u_2 \in [7,8] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^9(u_2) &= \frac{1}{8}u_2, \quad u_2 \in [0,8] \end{aligned} \right\};$$

3. Час доби  $x_3$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_3 = [1,2]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_3$

$I=2$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_3 = [1,2]$  на множину  $U_3 = [0,1]$ . Перерахунок фіксованого значення  $x_3^* \in [1,2]$  у відповідний елемент  $u_3^* = [0,1]$  визначається пропорцією:  $u_3^* = x_3^* - 1$ . Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_3)$ :

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{\mu}^1(u_3) = 1 - u_3, \quad u_3 \in [0,1] \\ \tilde{\mu}^2(u_3) = u_3, \quad u_3 \in [0,1] \end{array} \right\};$$

4. Температура зовнішнього повітря  $x_4$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_4 = [0,35]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_4$

$I=3$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_4 = [0,35]$  на множину  $U_4 = [0,2]$ .

Перерахунок фіксованого значення  $x_4^* \in [0,35]$  у відповідний елемент  $u_4^* = [0,2]$  визначається пропорцією:  $u_4^* = 2 \frac{x_4^*}{35}$ .

Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_4)$  аналогічні  $\tilde{\mu}^j(u_1)$  в п. 1;

5. Разовий надій молока  $x_5$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_5 = [1,5, 10,9]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_5$

$I=9$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_5 = [1,5, 10,9]$  на множину  $U_5 = [0,8]$ .

Перерахунок фіксованого значення  $x_5^* \in [1,5, 10,9]$  у відповідний елемент  $u_5^* = [0,8]$  визначається пропорцією:  $u_5^* = 8 \frac{x_5^* - 1,5}{9,4}$ .

Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_5)$  аналогічні  $\tilde{\mu}^j(u_2)$  в п. 2;

6. Температура навколошнього повітря  $x_6$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_6 = [0,35]$ ;
- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_6$

$I=4$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_6 = [0,35]$  на множину  $U_6 = [0,3]$ .

Перерахунок фіксованого значення  $x_6^* \in [0,35]$  у відповідний елемент  $u_6^* = [0,3]$  визначається пропорцією:  $u_6^* = 3 \frac{x_6^*}{35}$ . Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_6)$ :

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{\mu}^1(u_6) = 1 - \frac{1}{3}u_6, \quad u_6 \in [0,3] \\ \tilde{\mu}^2(u_6) = \begin{cases} u_6, & u_6 \in [0,1) \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}u_6, & u_6 \in [1,3] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^3(u_6) = \begin{cases} \frac{1}{2}u_6, & u_6 \in [0,2) \\ 3 - u_6, & u_6 \in [2,3] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^4(u_6) = \frac{1}{3}u_6, \quad u_6 \in [0,3] \end{array} \right\};$$

7. Температура молока з різних долей вимені  $x_7 \dots x_{10}$ :

- діапазон зміни значень параметра  $x_7 = [38,5, 41,6]$ ;

- кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки параметра  $x_7$   
 $I=7$ .

Відображаємо діапазон зміни параметра  $x_7=[38,5, 41,6]$  на множину  $U_7=[0,5]$ .  
 Перерахунок фіксованого значення  $x_7^* \in [38,5, 41,6]$  у відповідний елемент  $u_7^*=[0,5]$   
 визначається пропорцією:  $u_7^* = 5 \frac{x_7^* - 38,5}{3,1}$ . Вирази для функцій належності  $\tilde{\mu}^j(u_7)$ :

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mu}^1(u_7) &= 1 - \frac{1}{5}u_7, \quad u_7 \in [0,5] \\ \tilde{\mu}^2(u_7) &= \begin{cases} u_7, & u_7 \in [0,1) \\ \frac{5}{4} - \frac{1}{4}u_7, & u_7 \in [1,5] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^3(u_7) &= \begin{cases} \frac{1}{2}u_7, & u_7 \in [0,2) \\ \frac{5}{3} - \frac{1}{3}u_7, & u_7 \in [2,5] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^4(u_7) &= \begin{cases} \frac{1}{3}u_7, & u_7 \in [0,3) \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}u_7, & u_7 \in [3,5] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^5(u_7) &= \begin{cases} \frac{1}{4}u_7, & u_7 \in [0,4) \\ 5 - u_7, & u_7 \in [4,5] \end{cases} \\ \tilde{\mu}^6(u_7) &= \frac{1}{5}u_7, \quad u_7 \in [0,5] \end{aligned} \right\}.$$

Параметри знайдених функцій належності представлені у таблиці 2, функції належності наведені на рисунку 2.

Таблиця 2 - Параметри функцій належності нечітких термів

Параметр стану тварини		x <sub>1</sub>			x <sub>2</sub>									x <sub>3</sub>	
Терми		I	II	III	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	P	B
Параметри функцій належності	a	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1
	c	3	3	4	9	9	9	9	9	9	9	9	12	2	3
	b	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2

Продовження Таблиці 2

Параметр стану тварини		x <sub>4</sub>			x <sub>5</sub>								
Терми		H	Ж	дЖ	дН	H	ннC	нC	C	вC	нвC	B	dB
Параметри функцій належності	a	-5	0	0	0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	c	35	35	45	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	13
	b	13	29	35	1,5	2,5	3	3,8	4,8	6,4	7,85	9,4	10,9

Продовження Таблиці 2

Параметр стану тварини		x <sub>6</sub>				x <sub>7</sub> , x <sub>8</sub> , x <sub>9</sub> , x <sub>10</sub>					
Терми		H	вН	Ж	дЖ	H	нС	C	вС	B	dB
Параметри функцій належності	a	-5	0	0	0	38	38,5	38,5	38,5	38,5	38,5
	c	35	35	35	45	41,6	41,6	41,6	41,6	41,6	42
	b	4,5	23,5	28	35	38,5	38,7	38,9	39,1	39,4	39,7

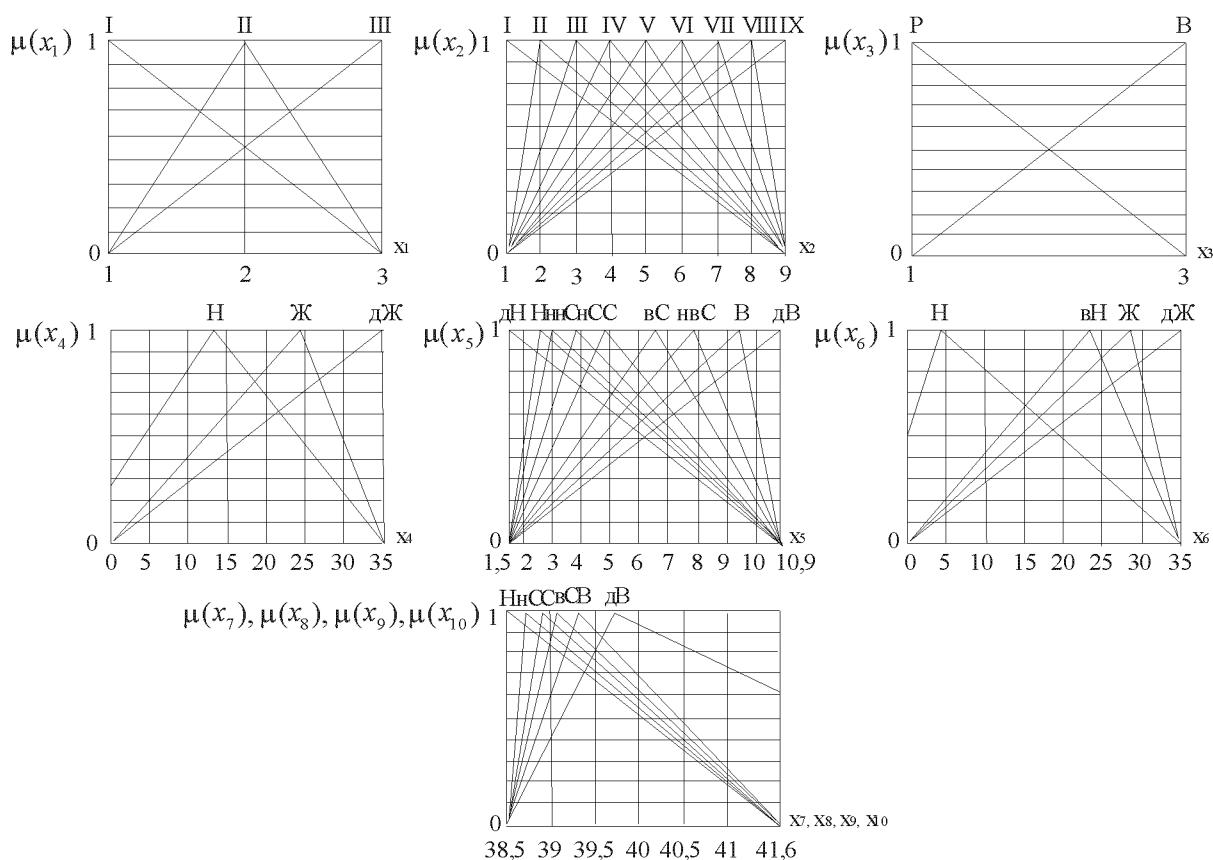


Рисунок 2 - Графіки функцій належності нечітких термів

**Висновки.** В даній роботі побудовано математичні моделі трикутних функцій належності, що формалізують представлення десяти параметрів стану лактуючих корів у вигляді нечітких множин, з урахуванням їх різноманітного характеру та різної кількості термів для їх лінгвістичної оцінки. Подальші дослідження будуть направлені на розробку системи діагностики ФСТ на основі побудованих моделей.

## Список літератури

1. Ивашура А.И. Система мероприятий по борьбе с маститами коров. - М.: Росагропромиздат, 1991. – 240с.
2. Пешук Л. Електропровідність молока як метод виявлення прихованих маститів у корів// Пропозиція. – 2001. – № 7.
3. Firk R., Stamer E., Junge W., Krieter J. Systematic effects on activity, milk yield, milk flow rate and electrical conductivity// Arch. Tierz. – 2002. – № 3. – P. 213–222.
4. Gil Z. Milk temperature fluctuations during milking in cows with subclinical mastitis// Livestock Production Science. – 1988. – № 20. – P. 223–231.
5. Fordham D.P., Rowlinson P., McCarthy T.T. Oestrus detection in dairy cows by milk temperature measurement// Res Vet Science. – 1988. – № 44(3). – P. 366–374.
6. deMol R.M., Woldt W.E. Application of fuzzy logic in automated cow status monitoring// Journal of Dairy Science. – 2001. – № 84. – P. 400–428.

7. Скофенко А.В. О построении функций принадлежности нечетких множеств, соответствующих количественным экспертным оценкам// Науковедение и информатика. – 1981. - № 22. – С. 70-79.
8. Саати Т.Л. Взаимодействие в технических системах// Техническая кибернетика. – 1979. - №1. – С. 68-84.
9. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь. – 1982. – 432 с.
10. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной/ А.Н. Борисов и др. – Рига: Зинатне. – 1982. – 256 с.
11. Ротштейн А.П. Медицинская диагностика на нечеткой логике. – Винница: Континент-ПРИМ. – 1996. – 132 с.

*Ю. Версаль*

**Построение математических моделей функций принадлежности параметров состояния лактирующих коров для системы диагностики физиологического состояния животных**

В статье обосновано целесообразность построения системы диагностики физиологического состояния лактирующих коров на базе нечеткой логики. Проведено построение математических моделей функций принадлежности, которые формализируют представления параметров состояния животных в виде нечетких множеств для их дальнейшего использования при разработке системы диагностики физиологического состояния животных.

*J. Versal*

**Building of lactating cows state parameters membership functions mathematical models for the system of animals physiological state diagnostic**

In article the expedient of lactating cows physiological state system building at the fuzzy logic base is grounded. The building of membership functions mathematical models, which formalize the presentation of animals' state parameters in the form of fuzzy sets for their further using by the animal physiological state diagnostic system is made.

Одержано 25.03.10