

Ю.Н. Внуков, проф., д-р. техн. наук, М.А. Шамровский, инж.
Запорожский национальный технический университет

Формообразование профиля кулачка исходя из расстояния до плоского толкателя

В данной статье описываются различия в формообразующих методах профиля кулачка исходя из расстояний до плоского толкателя, предложен достоверный математический метод, позволяющий произвести проверку обратным расчетом.

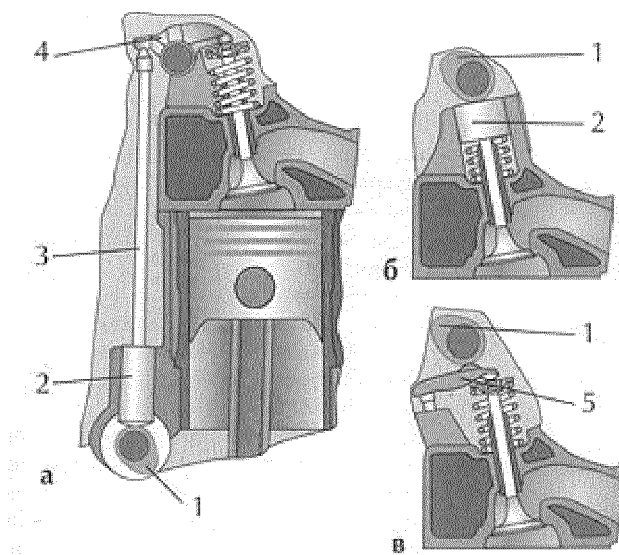
кулачек, толкатель, фреза, шлифовальный круг, двигатель внутреннего сгорания

Одной из классических методик задания профиля кулачка является траектория движения определенного толкателя: на двигателях внутреннего сгорания – это толкатели клапанов цилиндров, на иных высокоточных приборах – других соответствующих толкателей.

На рис. 1 показаны виды взаимодействия кулачка с толкателем. На рис. 1а и 1в – изображены случаи круглого толкателя, на рис. 1б – плоского толкателя.

Наиболее распространен плоский толкатель. В поперечном сечении кулачка в этом случае поверхность контакта с кулачком выглядит как отрезок (рис. 1б).

Порядок расчета газораспределения двигателя внутреннего сгорания следующий [1,2]: вначале рассчитывается ускорение клапана, задаваемое, в общем случае, в виде кусочно-аналитической зависимости; затем это ускорение дважды интегрируется для получения закона движения клапана. В общем случае такое интегрирование выполняется численно ввиду невозможности аналитического интегрирования.



а) – с нижним расположением распредвала; б) и в) – с верхним расположением распредвала

1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – штанга; 4 – коромысло; 5 – одноплечий рычаг

Рисунок 1 – Газораспределительные механизмы

Подобным же образом производится расчет хода толкателей в иных высокоточных приборах, требующих наличия кулачков.

Для изготовления гладкого кулачка с помощью шлифовального станка с ЧПУ, имеющего кинематику круглошлифовального станка, необходимо провести математическое формообразование профиля кулачка в полярных [3] или декартовых координатах [3].

Наиболее простым методом математического формообразования кулачка является графический метод (рис. 2).

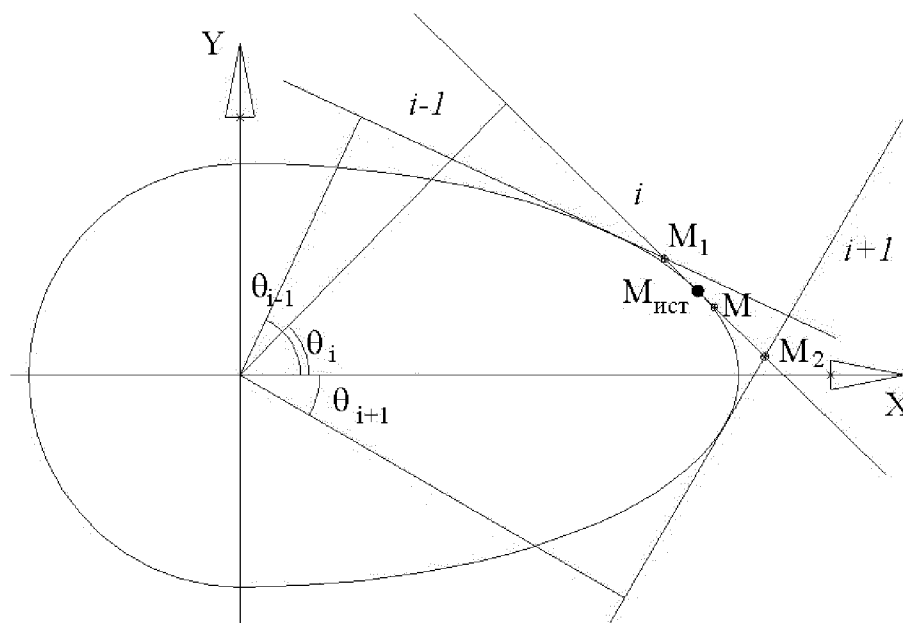


Рисунок 2 – Пример графического расчета контура кулачка

В этом методе изображаются три соседних положения толкателя (рис. 2) и находятся две точки пересечения: первая точка M_1 между толкателем i и толкателем $i-1$; вторая точка M_2 между толкателем i и толкателем $i+1$.

Затем находится середина линии M_1, M_2 – точка M . Она считается принадлежащей профилю кулачка. Данная методика популярная в существующей производственной практике. Она легко реализуется как вручную так и с использованием современных компьютерных графических редакторов. Однако как видно на рис. 2, построенная таким образом точка M не будет принадлежать контуру кулачка. На рис. 2 показана расположение истинной точки контакта $M_{ист}$ для данной задачи.

Причина, по которой положение точки M не совпадает с положением точки $M_{ист}$, заключается в том, что описанный графический метод создан для иного способа формообразования кулачка. Фактически речь идет об изготовлении кулачка методом плоской фрезеровки, при котором фреза проходит вдоль линий плоского толкателя. Кулачек после такой фрезеровки получается в виде многогранника. Окончательная обработка выполняется путем срезания углов; при этом соединяются гладкими кривыми средние точки отрезков. Это гарантирует прохождение метрологического контроля, если в качестве прибора используется плоский толкатель и замеры производятся для тех же углов, для которых заданы исходные данные. Однако, как видно из рис. 3, настоящий профиль кулачка не совпадает с гладкими линиями, получаемыми при срезании углов.

Хотя получаемая погрешность кажется небольшой, а с точки зрения метрологов вообще отсутствует, с точки зрения конструкции, для которой изготавливается кулачек (ДВС) разница может оказаться существенной. Казалось бы, незначительное изменение

контура кулачка приводит к существенному изменению диаграммы ускорений клапана, что значительно изменяет характеристики двигателя.

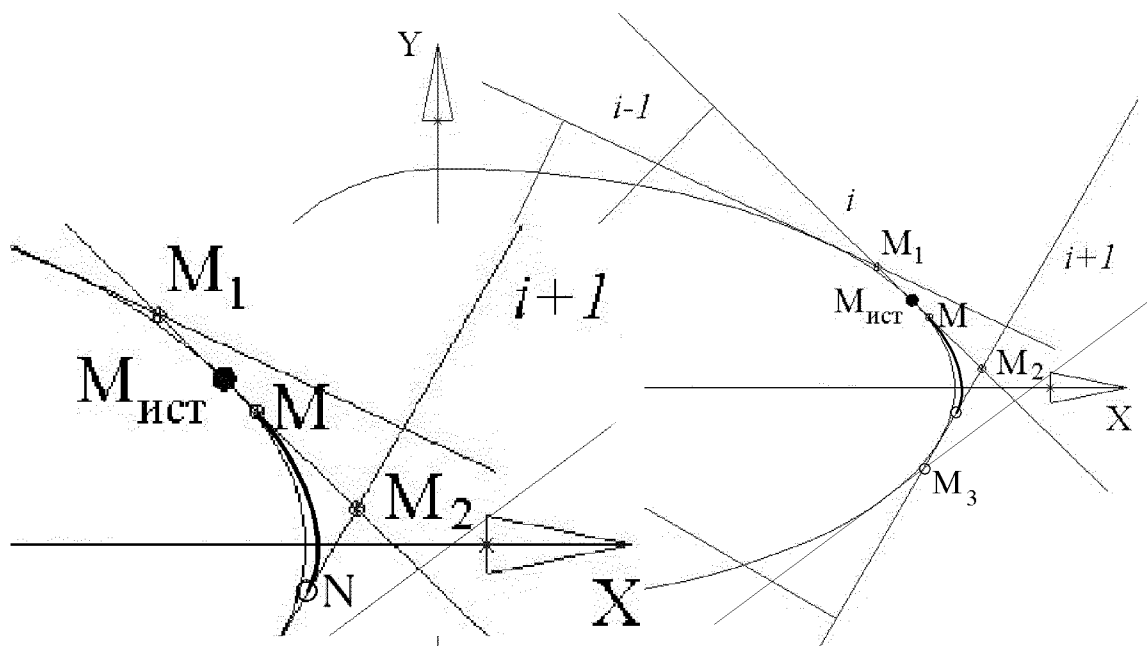


Рисунок 3 – Пример различия между точным и приближенным профилем кулачка

Таким образом, мы видим необходимость разработки более точного метода, снижающего погрешности формообразования кулачка при его изготовлении.

Этот метод заключается в следующем. Рассмотрим совместное положение кулачка и плоского толкателя (рис. 4). Считаем, что профиль кулачка задан аналитически, что возможно при помощи интерполяции табличных данных (с целью увеличения качества интерполяции был разработан специальный метод [4]).

Решим вначале задачу о нахождении хода толкателя при заданном профиле кулачка в полярных координатах $r(\varphi)$.

Угол поворота кулачка θ считаем положительным при повороте по часовой стрелке (на рис. 4 угол θ отрицателен).

Пусть кулачек контактирует с плоским толкателем в точке M (рис. 4).

В подвижной системе координат связь между полярными r, φ и декартовыми x, y координатами произвольной точки M выражается формулами:

$$x = r(\varphi) \cos \varphi; \quad y = r(\varphi) \sin \varphi. \quad (1)$$

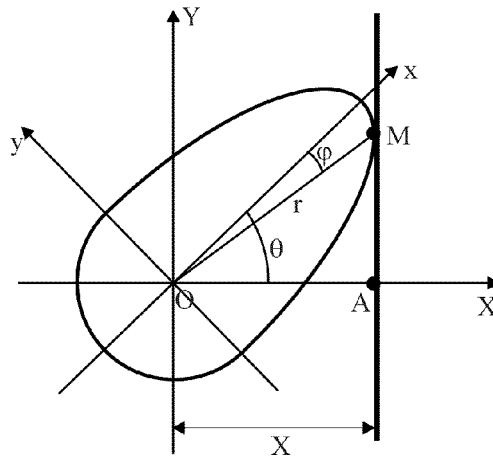
Для неподвижной системы координат XY координаты той же точки M будут:

$$X = r(\varphi) \cos(\theta - \varphi); \quad Y = -r(\varphi) \sin(\theta - \varphi). \quad (2)$$

Для заданного угла поворота кулачка θ требуется найти расстояние $|OA| = X$ между осью вращения кулачка и плоским толкателем по нормали, а также угол φ , задающий положение точки контакта M по отношению к кулачку. Точка O – ось вращения кулачка, является неподвижной точкой начала отсчета при определении расстояния X.

Искомое расстояние равно координате X точки M:

$$|OA| = X = r(\varphi) \cos(\theta - \varphi). \quad (3)$$



O – ось вращения кулачка; r – функция от угла φ ; x, y – подвижные оси координат связанные с кулачком; X, Y – неподвижные оси координат; θ – угол поворота кулачка или подвижной системы координат, OA – расстояние до вертикального плоского толкателя AM, M – точка контакта плоского толкателя с кулачком

Рисунок 4 – Профиль кулачка в контакте с плоским толкателем

Формула (3) содержит неизвестную величину φ . Второе уравнение, дополняющее (3), получаем из условия, что касательная к кулачку в точке контакта вертикальна:

$$\frac{dX}{d\varphi} = \frac{dr}{d\varphi} \cos(\theta - \varphi) + r(\varphi) \sin(\theta - \varphi) = 0. \quad (4)$$

Решая численно уравнение (4) и пользуясь формулой (3) мы находим координаты точки M и расстояние до плоского толкателя в зависимости от угла поворота кулачка.

Решаем противоположную задачу нахождения профиля кулачка по известной траектории хода толкателя в зависимости от угла поворота кулачка.

Для решения этой задачи вычислим дополнительно производную $\frac{dX}{d\theta}$:

$$\frac{dX}{d\theta} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\theta} \cos(\theta - \varphi) - r(\varphi) \sin(\theta - \varphi) \left(1 - \frac{d\varphi}{d\theta}\right). \quad (5)$$

Из (4) находим:

$$\frac{dr}{d\varphi} = -r(\varphi) \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) получаем:

$$\frac{dX}{d\theta} = -r(\varphi) \sin(\theta - \varphi). \quad (7)$$

Из (7) и (3) имеем:

$$r(\varphi) = \sqrt{X^2 + \left(\frac{dX}{d\theta}\right)^2}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg}(\theta - \varphi) = -\frac{dX/d\theta}{X}. \quad (9)$$

Отсюда будет:

$$\varphi = \theta + \operatorname{arctg} \frac{dX / d\theta}{X} . \quad (10)$$

С помощью (10) находим φ , а с помощью (8) – r для заданного θ .

Достоверность изложенного метода гарантируется точностью используемого математического аппарата. Для дополнительного тестирования метода в конкретных случаях можно воспользоваться следующим методом двойного расчета. Вначале, с использованием таблицы для плоского толкателя, выполняем необходимую интерполяцию методом независимых отрезков [4] и производим расчет профиля кулачка в полярных координатах. Затем, с использованием полученного профиля, рассчитываем ход плоского толкателя. Многократное применение такого тестирования показывает отклонения от исходных данных в пределах погрешности вычислений на компьютере, то есть практически отсутствия погрешности.

Заметим, что для графического метода, в случае построения гладкого профиля, нет адекватного обратного пути расчета траектории отклонения плоского толкателя.

Выводы. В данной статье приведен метод расчетов, позволяющие выполнять математическое формообразование профиля кулачка, исходя из законов движения плоского толкателя. Произведено сравнение с одним из наиболее распространенных в заводской практике методов и показаны преимущества предлагаемого метода.

Список литературы

1. Двигатели внутреннего сгорания: Конструирование и расчет на прочность поршневых и комбинированных двигателей. [Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Двигатели внутреннего сгорания»] / [Д.Н. Вырубов, С. И. Ефимов, Н.А. Иващенко и др.]; под ред. А.С. Орлина, М. Г. Круглова. – [4-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1984. – 384 с.
2. Конструирование и расчет двигателей внутреннего сгорания: [Учебник для вузов] / Н.Х. Дьяченко, Б.А. Харитонов, В.М. Петров и др.]; под ред. Н. Х. Дьяченко. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. – 392 с.
3. Д.В. Клетенник. Сборник задач по аналитической геометрии / Дмитрий Васильевич Клетенник. – М.: Наука, Физматлит, 1998.
4. Яхненко В.М. Интерполяция независимыми отрезками / В.М. Яхненко, М.А. Шамровский // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Вип.4. – Т. 15 – Мелітополь: ТДАТА, 2002. С. 85-89, С. 115.

Ю. Внуков, М. Шамровський

Формоутворення профілю кулачка виходячи з відстані до плоского штовхача

У даній статті описуються розходження формотворних методів профілю кулачка виходячи з відстаней до плоского штовхальника, запропонований достовірний математичний метод, що дозволяє зробити перевірку зворотним розрахунком.

U. Vnukov, M. Shamrovsky

Forming a structure of a cam proceeding from distance up to a flat pusher

In given article distinctions form-building methods of a structure of a cam proceeding from distances up to a flat pusher are described, the authentic mathematical method is offered, allowing to make check by return calculation.

Одержано 29.03.10