

## Методика определения контактной линии сопряженных поверхностей пространственной передачи зубчатых зацеплений

Разработана методика исследования геометрий пространственных зубчатых зацеплений и их взаимосвязей с общими методами преобразования прикосновения и геометрические вопросы образования сопряженных (взаимоогibaющих) поверхностей  
**метод огibaющих, свойство конгруэнций, математический аппарат контактной линии закрепления**

В основе методов отображения пространства лежат различные группы геометрических преобразований, характеризующиеся своими инвариантами. Исследование преобразований прикосновения как многообразие элементов касания позволяет лаконично и рационально решать ряд инженерно-геометрических задач. Конкретно это относится также и к вопросам геометрии пространственных зацеплений. На основе теории преобразования прикосновений разработаны специальные геометрические методы определения сопряженных поверхностей зубьев, линий и поверхностей зацепления, а также контактных линий на поверхностях зубьев.

Рассмотрим общий случай передачи вращения между скрещивающимися осями I и II (рис. 1).

Выберем неподвижную и подвижные системы координат. В неподвижной системе  $O_{xyz}(\Sigma)$  ось  $O_z$  совместим с осью вращения I ведущего звена, а оси  $O_x$  и  $O_y$  расположим в плоскости  $\Pi \perp O_z$  и проходящей через линию кратчайшего расстояния  $O_1O_2$  между осями I и II.

С вращающимся ведущим звеном передачи, имеющим поверхность зуба  $S_1$ , свяжем подвижную систему координат  $O_{1x_1y_1z_1}(\Sigma_1)$ , оси которой в начальный момент  $t = 0$  полностью совпадают с одноименными осями неподвижной системы.

Подвижную систему координат  $O_{2x_2y_2z_2}(\Sigma_2)$ , свяжем с ведомым звеном передачи, имеющим поверхность зуба  $S_2$ . Ось  $O_{2z_2}$  совместим с осью вращения II.

Углы поворота ведущего и ведомого звеньев обозначим  $\varphi_1 = \omega_1 t$  и  $\varphi_2 = \omega_2 t$ , где  $t$  параметр времени (рис. 1 и 2).

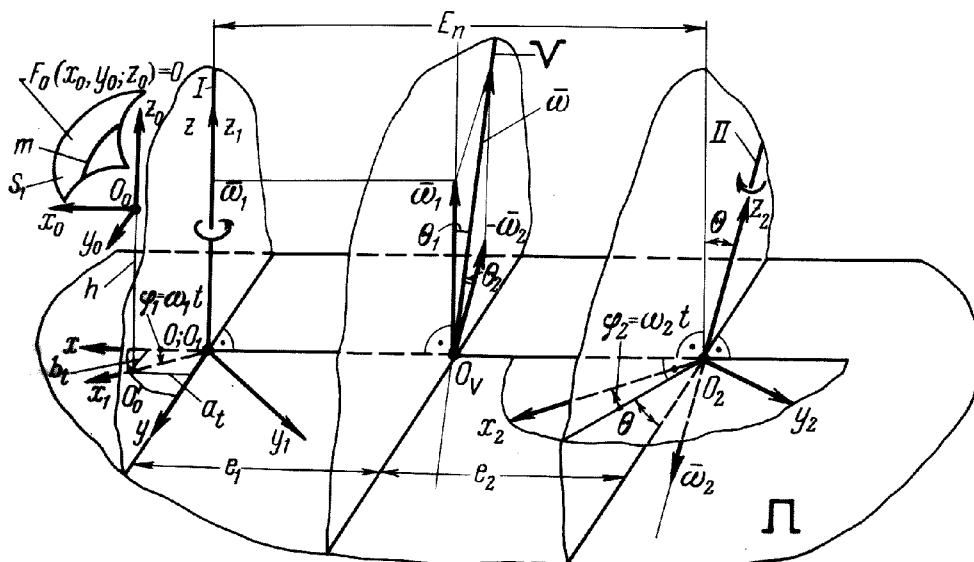


Рисунок 1 – Общий случай передачи вращения между скрещивающимися осями I и II

Введем вспомогательную координатную систему  $O_{0,x_0,y_0,z_0} (\Sigma_0)$ , в которой уравнение поверхности  $S_1$  имеет канонический вид. Пусть эта система имеет оси, соответственно параллельные осям системы  $(\Sigma)$ , а начало  $O_0$  отстоит от плоскости  $\Pi$  на расстоянии  $h$ .

Движущаяся в пространстве поверхность  $S_1$  образует семейство поверхностей, зависящее от одного параметра  $t$ . Огибающая такого семейства запишется системой уравнений:

$$F(x, y, z, t) = 0; \quad (1)$$

$$F_t(x, y, z, t) = 0. \quad (2)$$

Продифференцировав уравнение (1) и учитывая (2) получим

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0. \quad (3)$$

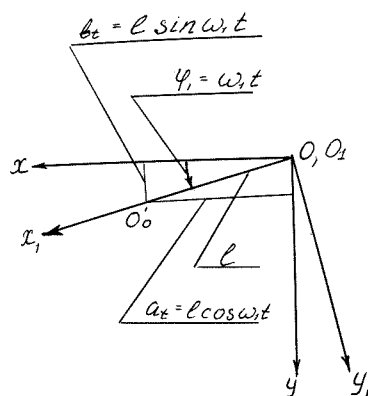


Рисунок 2 – Углы поворота ведущего и ведомого звеньев

Уравнение (1) могут быть заменены системой

$$\left. \begin{aligned} F(x, y, z, t) &= 0; \\ F_x dx + F_y dy + F_z dz &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

которая при фиксированном параметре  $t$  дает характеристику (линию контакта), а при переменном  $t$  – множество характеристик в неподвижном пространстве, т.е. поверхность зацепления (поверхность рассматривается в координатной  $O_{xyz}$ ).

Поверхность зуба ведомого звена  $S_2$  может быть получена как множество характеристик в пространстве, связанном с движением этого звена.

Уравнение (3) отражает тот факт, что касательные к нормали в точках поверхности взаимно перпендикулярны, и может быть преобразовано на основании следующих соображений.

Направление винтового перемещения точки  $P$  совпадает с касательной  $t$  к винтовой линии в этой точке (или с нормалью к нулевой поверхности  $\beta$ ) и определяется уравнением:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dy}{-x} = \frac{dx}{K}, \quad (5)$$

где ось  $Z$  совпадает с осью  $V$  винта, а  $K$  – параметр винта.

Уравнением (4) определяется, таким образом, направление касательной к винтовой линии винта заданного параметра  $K$ , а так как совокупность касательных винта образует комплекс касательных, то выражение (4) является дифференциальным уравнением комплекса касательных винта.

Заменим в уравнении (2)  $dx, dy, dz$  пропорциональными величинами из уравнения (4), получим (6)

$$F_x y - F_y x + F_z K = 0. \quad (6)$$

Таким образом, линия контакта  $m$  на поверхности зуба  $S$  получается как результат пересечения с некоторой поверхностью (см. уравнение 6), которую назовем «Г-поверхностью».

Найдя линию контакта, можно перейти от нее к поверхности зацепления передачи, так же как и к поверхности  $S_2$  сопряженного зуба.

Заметим, что поверхность (6) в общем случае не проходит через ось  $V$  относительного винтового перемещения. Однако в случае  $K = 0$ , имеющем место в передачах на пересекающихся осях ось мгновенного вращения лежит на поверхности (см. уравнение (6)).

Уравнение (5) комплекса касательных винта (оно же определяет и сам винт) было получено в предположении, что ось винта  $V$  совпадает с осью  $O_z$  выбранной системы координат.

Для произвольно расположенной системы координат  $O_{xyz}$  дифференциальное уравнение комплекса касательных винта примет следующий вид:

$$\frac{dx}{P(y-b) - n(z-c) + km} = \frac{dy}{-p(x-e_1) + m(z-c) + kn} = \frac{dz}{n(x-e_1) - m(y-b) + kp}. \quad (7)$$

Уравнение «Г-поверхности» для такого общего случая примет вид:

$$F_x [P(y-b) - n(z-c) + km] + F_y [-p(x-e_1) + m(z-c) + kn] + F_z [n(x-e_1) - m(y-b) + kp] = 0, \quad (8)$$

где  $e_1, b, c$  – координаты точки  $O_v$  в координатной системе  $\Sigma$ ;

$m, n, p$  – угловые коэффициенты оси  $V$  относительно осей  $O_x, O_y, O_z$ ;

$K$  – параметр винта.

Найдем величины коэффициентов, входящих в уравнения (7) и (8) (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= O_1 O_v; & m &= 0; \\ b &= 0; & n &= \cos(V, y); \\ c &= 0; & p &= \cos(V, z). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Тогда уравнение (8) примет следующий вид:

$$F_x[py - nz] + F_y[-p(x - e_1) + kn] + F_z[n(x - e_1 + kp)] = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) совместно с уравнением (1) боковой поверхности  $S_1$  зубьев ведущего звена выражает в параметрическом виде контактные линии на этой поверхности (при фиксированном параметре  $t$ ) или поверхность зацепления (при переменном  $t$ ).

Исследована теория огибающих и ее взаимосвязь с преобразованием прикосновения, как один общий метод проектирования пространственных зубчатых зацеплений.

Предложена методика геометрического («винтового») метода исследования пространственных зацеплений, наряду с широко применяемыми аналитическими методами.

## Список литературы

1. Артоболовский И.И. Механизмы в современной технике. Т.2, М., «Наука», 1999.- С.552
2. Гогаладзе Р. Основные принципы теории преобразований прикосновения как аппарат для решения прикладных задач/ Georgian Engineering News. – 2009. № 1. - С.101-103.
3. Иванов В.С. Конструктивно-прикладные вопросы преобразований прикосновения и моделирования технических поверхностей, несущих каркас аэродинамических профилей. Автореф. канд. дисс., М., 1987.
4. Кон А.А. Определение параметров инструмента для обработки архимедовых винтовых поверхностей. Сб. Трудов ЛМИ, №21, вып. 2, Л., 1961. – С.126.
5. Тевлин А.М. Винтовое проектирование и его применение для решения геометрических задач. Известия высших учебных заведений. Вып.2, «Машиностроение», М., 1962.- С.130-141.
6. Челидзе М.Д. Преобразования прикосновений и их практические приложения. Автореф. канд. дисс., М., 1983.

*Р. Гогаладзе, Р. Кіріа*

**Методика визначення контактної лінії спряжених поверхонь просторової передачі зубчатих зачеплень**

Розроблена методика дослідження геометрій просторових зубчатих зачеплень та їх взаємозв'язок із загальними методами перетворення дотику та геометричні питання утворення спряжених (взаємо- огибаючих) поверхонь.

*R. Gogaladze, R. Kiria*

**Determination of contact line of mated surfaces of space transition in gears**

There are elaborated special methods of determination of surrounded cogged surfaces. Contact line of cogged surfaces and touch surface are defined. A goal of researches is conduction of examination of space cogged transitions according to touching transformations and their following practical realization.

Одержано 07.04.10