

О.В. Коваленко, ас.

Кіровоградський національний технічний університет

## Математична модель зрівноваження кульовим (роликовим) автобалансиром диска ручної шліфувальної машини на кулісі

Побудована математична модель руху ручної шліфувальної машини, встановленої на кулісі, яку тримає циліндричний в'язко-пружний шарнір, диск РШМ зрівноважується кульовим (роликовим) автобалансиром. Знайдені умови існування режиму автобалансування та аналітично визначені діапазони швидкостей, на яких наставатиме автобалансування при певних співвідношеннях між параметрами системи. **автобалансир, зрівноважування, дисбаланс, ручна шліфувальна машина**

**Вступ.** Ручні шліфувальні машини (РШМ) знайшли широке застосування у машино і кораблебудуванні, будівництві тощо. Під час їх експлуатації виникає додаткове збільшення вібрації, через встановлення нового диска з похибкою, через його нерівномірне зношування під час виконання технологічних операцій, а також при застосуванні неякісних дисків.

Для боротьби з виникаючими вібраціями фірми виробники РШМ застосовують кульові автобалансувальні пристрої (АБ), які дозволяють на ходу відслідковувати дисбаланс і зрівноважувати його, що забезпечує значне зменшення вібрації.

У рамках різних моделей РШМ з АБ теоретично цей процес досліджувався у роботах Агафонова Ю.В., Гольштейна Б.Г. [1-3], Клавдієва С.Н. [4], Несторенка В.П. [5], Пашкової Л.А. [6], Філімоніхіна Г.Б. [7], Emanuelsson S.[8], Miwa T, Suzuki K, Miwa T, Suzuki K, Kawaguchi T, Kawakami Y, Ohtsu S[9], Rajalingham C., Rakheja S.[10] та інших вчених. За наявними матеріалами на сьогодні теоретично не досліджена можливість зрівноваження АБ РШМ при закріпленні її на кулісі, яку тримає циліндричний в'язко-пружний шарнір. Тому у цій роботі будується відповідна математична модель РШМ з АБ, виділяються параметри, що впливають на динаміку машини, досліджуються умови існування режиму автобалансування. Із застосуванням емпіричного (інженерного) критерію настання автобалансування аналітично визначаються діапазони швидкостей, на яких можливе автобалансування при певних співвідношеннях між параметрами.

**§1. Опис моделі РШМ і АБ, деякі співвідношення.** Модель системи зображена на рис. 1. Корпус РШМ прикріплений до куліси, що може повертатися навколо осі, що перпендикулярна рисунку і проходить через точку  $O$ . Осьовий момент інерції корпусу і куліси  $J_O^{(кор)}$  відносно цієї осі. Відрізний (шліфувальний) диск має радіус  $R$ , масу  $m_d$ , осьовий момент інерції  $J_K^{(d)}$  відносно осі, що перпендикулярна площині малюнка і проходить через його геометричний центр – точку  $K$ . Центр мас диска також у точці  $K$ . Диск обертається відносно корпусу РШМ із сталою кутовою швидкістю  $\omega$ . Введемо нерухому праву прямокутну декартову систему координат  $Ox$ , у якій вісь  $x$  виходить з точки  $O$  і проходить через центр диска непрацюючої РШМ. Кут повороту куліси з корпусом РШМ  $\varphi$  визначатимемо як кут між осями  $x$  і  $u'$ , де вісь  $u'$  виходить з точки  $O$  і проходить через точку  $K$ . Введемо рухому праву прямокутну декартову систему координат  $Ouv$ , у якій вісь  $u$  виходить з точки  $K$  і спів направлена з віссю  $u'$ . При поворотах куліси на неї діють пружний

$$M_{np} = c_{uu} l^2 \phi, \quad M_{on} = h_{uu} l^2 \dot{\phi}, \quad l = |OK|, \quad (1.1)$$

де  $c_{uu}, h_{uu}$  - коефіцієнти жорсткості і в'язкості шарнірної опори відповідно, приведені до плеча  $l$ .

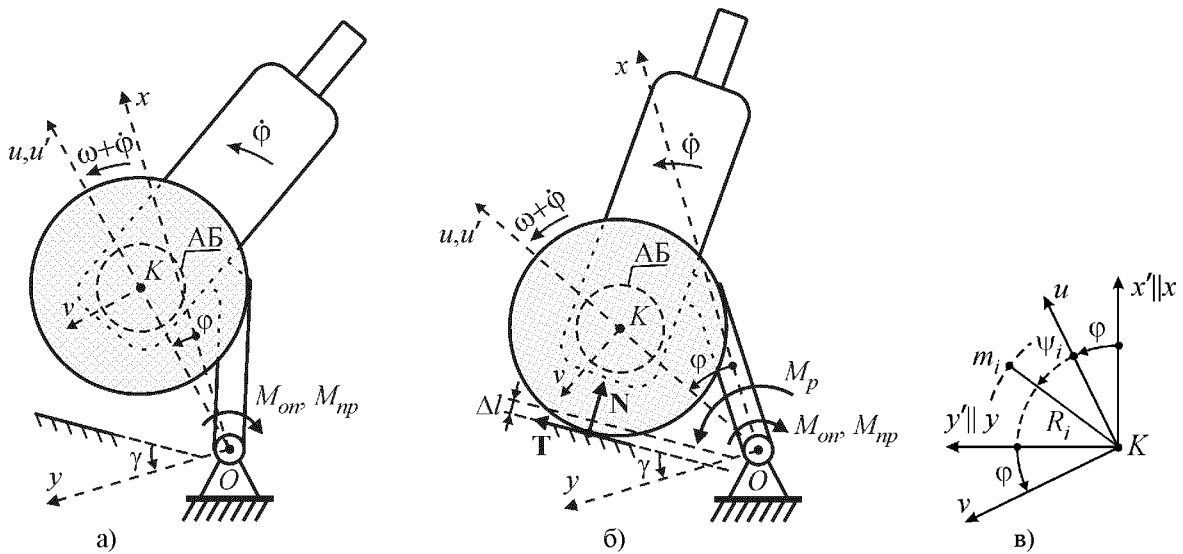


Рисунок 1 – Математична модель АБ і РШМ на кулісі

Режим холостого ходу РШМ показаний на рис. 1, а.

При різанні периферією круга (рис. 1, б) на кулісу діє момент  $M_p$ , що забезпечує безвідривне притискання диска до поверхні, що обробляється. Коли диск тільки торкається поверхні, то  $\phi = \phi_0$ . Від тиску диска на поверхню вона прогинається на  $\Delta l$  у нормальному напрямку щодо поверхні у точці контакту диска і поверхні, і виникає пружна нормальна щодо поверхні сила  $N$ . Також виникає дотична сила  $T$ . У теорії шліфування (різання) [11,12] сила  $N$  називається нормальною (радіальною), сила  $T$  – дотичною (тангенціальною, окружною). Припускаємо, що сила  $T$  підпорядковується закону сухого тертя Кулона, а сила  $N$  - закону Гука

$$T = f_n N, \quad N = c_n \Delta l \approx c_n l (\phi - \phi_0) \sin(\gamma + \phi_0), \quad (1.2)$$

де  $f_n$  - коефіцієнт сухого тертя диска об поверхню (коефіцієнт абразивного різання;  $f_n < 1$  [12]);

$c_n$  - коефіцієнт жорсткості поверхні у нормальному напрямку;

$\gamma$  – кут між віссю  $y$  і дотичною до поверхні у точці контакту диска з поверхнею.

Зауважимо, що коефіцієнт  $c_n$  можна розглядати і як жорсткість технологічної системи ВПД (верстат – пристосування – інструмент – деталь), а деформацію  $\Delta l$  частково відносити до круга [11].

У площині диска знаходиться АБ, складений з  $n$  корегувальних вантажів (КВ). Маса  $i$ -го КВ  $m_i$  і він рухається по кільцевій доріжці радіуса  $R_i$  (рис. 1, в). Як це прийнято у теорії пасивних АБ, вважається що КВ є матеріальними точками і вони на одній доріжці не заважають рухатися один одному. Положення  $i$ -го КВ відносно диска визначається: абсолютним кутом  $\psi_i$ , який відраховується між віссю  $u'$  і віссю, що починається у точці  $K$  і проходить через цей КВ; відносним кутом  $\alpha_i$ , який відраховується відносно диска, причому:

$$\psi_i = \omega t + \alpha_i, \quad \dot{\psi}_i = \omega + \dot{\alpha}_i, \quad \ddot{\psi}_i = \ddot{\alpha}_i, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (1.3)$$

Відносному рухові КВ перешкоджає сила в'язкого опору

$$F_i^{(on)} = h_i v_i^{(ei\dot{\alpha})} = h_i R_i (\dot{\psi}_i - \omega) = h_i R_i \dot{\alpha}_i, \quad /i = \overline{1, n}/, \quad (1.4)$$

де  $h_i$  – коефіцієнт сил в'язкого опору;

$v_i^{(eio)} = R_i(\dot{\psi}_i - \omega) = R_i\dot{\alpha}_i$  – відносна швидкість КВ (швидкість КВ відносно диска).

Дисбаланс диска створює нерухома щодо диска точкова маса  $m_0$ . Її положення визначається абсолютним кутом  $\psi_0$ , або відносним кутом  $\alpha_0 = const$ , ( $\psi_0 = \omega t + \alpha_0$ ).

**§2. Диференціальні рівняння руху системи.** Рівняння Лагранжа II роду дають такі диференціальні рівняння руху КВ:

$$m_i[R_i(\ddot{\psi}_i + \ddot{\phi}) + l\ddot{\phi} \cos \psi_i + l\dot{\phi}^2 \sin \psi_i] + h_i R_i(\dot{\psi}_i - \omega) = 0, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (2.1)$$

Рівняння Лагранжа II роду дають такі диференціальні рівняння руху корпусу РШМ:

- при холостому ході РШМ

$$\left( J_O + 2l \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \psi_i \right) \ddot{\phi} + h_u l^2 \dot{\phi} + c_u l^2 \phi + \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \ddot{\psi}_i + l \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\psi}_i \cos \psi_i - l \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i - 2l\dot{\phi} \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i \sin \psi_i = 0; \quad (2.2)$$

- при різанні

$$\left( J_O + 2l \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \psi_i \right) \ddot{\phi} + h_u l^2 \dot{\phi} + c_u^{(p)} l^2 \phi + \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \ddot{\psi}_i + l \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\psi}_i \cos \psi_i - l \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i - 2l\dot{\phi} \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i \sin \psi_i = M_p + [l \sin \vartheta + f_n (R - l \cos \vartheta)] c_n l \varphi_0 \sin \vartheta, \quad (2.3)$$

де

$$J_O = J_O^{(kop)} + J_K^{(d)} + m_d l^2 + \sum_{i=0}^n m_i (l^2 + R_i^2),$$

$$\vartheta = \gamma + \varphi_0, \quad c_u^{(p)} = c_u + c_n [\sin \vartheta + f_n (R/l - \cos \vartheta)] \sin \vartheta. \quad (2.4)$$

**§3. Умови існування режиму автобалансування.** В усталеному режимі руху РШМ кут  $\varphi$  не змінюється і КВ не рухаються відносно диска:

$$\varphi = \tilde{\varphi}, \quad \psi_i = \omega t + \tilde{\alpha}_i, \quad /i = \overline{1, n}/, \quad (3.1)$$

де  $\tilde{\varphi}$ ,  $\tilde{\alpha}_i$ ,  $/i = \overline{1, n}/$  сталі параметри. Тоді на цьому русі рівняння руху КВ (2.1) виконуються тотожно, а рівняння руху корпусу РШМ приймуть вигляд:

- при холостому ході РШМ

$$c_u l^2 \tilde{\varphi} - \sum_{i=0}^n m_i R_i \omega^2 \sin(\omega t + \tilde{\alpha}_i) = 0. \quad (3.2)$$

- при різанні

$$c_u l^2 \tilde{\varphi} + [l \sin \vartheta + f_n (R - l \cos \vartheta)] c_n l (\tilde{\varphi} - \varphi_0) \sin \vartheta - M_p - \sum_{i=0}^n m_i R_i l \omega^2 \sin(\omega t + \tilde{\alpha}_i) = 0. \quad (3.3)$$

Рівняння (3.2) буде виконуватися тоді і тільки тоді, коли

$$\tilde{\varphi} = 0, \quad \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \tilde{\alpha}_i = 0, \quad \sum_{i=0}^n m_i R_i \sin \tilde{\alpha}_i = 0. \quad (3.4)$$

Рівняння (3.3) буде виконуватися тоді і тільки тоді, коли

$$c_u l^2 \tilde{\varphi} + [l \sin \vartheta + f_n (R - l \cos \vartheta)] c_n l (\tilde{\varphi} - \varphi_0) \sin \vartheta - M_p = 0, \quad \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=0}^n m_i R_i \sin \alpha_i = 0. \quad (3.5)$$

Звідки знаходимо таке значення  $\tilde{\varphi}$  на усталеному русі при різанні

$$\tilde{\varphi} = \frac{M_p + [l \sin \vartheta + f_n (R - l \cos \vartheta)] c_n l \varphi_0 \sin \vartheta}{c_u l^2 + [l \sin \vartheta + f_n (R - l \cos \vartheta)] c_n l \sin \vartheta}. \quad (3.6)$$

Для забезпечення тиску диска на поверхню, що обробляється, повинна виконуватися умова  $\tilde{\varphi} > \varphi_0$ . Звідки знаходимо, що момент різання повинен бути більшим за

$$M_p > c_u l^2 \varphi_0. \quad (3.7)$$

Перетворимо диференціальні рівняння (2.1), (2.3). Введемо кутове відхилення корпусу від автобалансувального положення

$$\delta = \varphi - \tilde{\varphi}. \quad (3.8)$$

Тоді диференціальні рівняння руху (2.1) і (2.3) приймуть, відповідно, вигляд

$$m_i [R_i (\ddot{\psi}_i + \ddot{\delta}) + l \ddot{\delta} \cos \psi_i + l \dot{\delta}^2 \sin \psi_i] + h_i R_i (\dot{\psi}_i - \omega) = 0, \quad /i = \overline{1, n}/, \quad (3.9)$$

$$\left( J_O + 2l \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \psi_i \right) \ddot{\delta} + h_u l^2 \dot{\delta} + c_u^{(p)} l^2 \delta + \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \ddot{\psi}_i + l \sum_{i=1}^n m_i R_i \ddot{\psi}_i \cos \psi_i - l \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i - 2l \dot{\delta} \sum_{i=0}^n m_i R_i \dot{\psi}_i \sin \psi_i = 0. \quad (3.10)$$

Отже, диференціальні рівняння руху системи при різанні подібні до диференціальних рівнянь при холостому ході, тільки у режимі різання контакт з поверхнею, що обробляється, змінює сумарну жорсткість, що видно з рівняння (3.10).

**§4. Визначення умов настання автобалансування емпіричним (інженерним) методом.** Відповідно до емпіричного (інженерного методу) автобалансування наставатиме тоді і тільки тоді, коли буде виконуватися умова [7]

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \mathbf{r}_K \cdot \boldsymbol{\epsilon} dt < 0, \quad (4.1)$$

де:  $\mathbf{r}_K$  - вектор відхилення точки  $K$  від положення статичної рівноваги;

$\boldsymbol{\epsilon}$  - одиничний вектор, спрямований вздовж вектора елементарного дисбалансу.

Вектор  $\mathbf{r}_K$  визначається за умови, що КВ нерухомі щодо диска, знаходяться в околі автобалансувального положення, через що створюється незмінний елементарний дисбаланс диска. Застосуємо цей критерій відповідно до методики роботи [7].

**1. Диференціальне рівняння руху.** Оскільки КВ знаходяться в околі автобалансувального положення, то виникає елементарний дисбаланс, що дорівнює

$$ds_u = \sum_{i=0}^n m_i R_i \cos \alpha_i, \quad ds_v = \sum_{i=0}^n m_i R_i \sin \alpha_i. \quad (4.2)$$

Диференціальні рівняння руху корпусу приймуть вигляд:

$$[J_O + 2l(ds_u \cos \omega t - ds_v \sin \omega t)] \ddot{z} + \mu \dot{z} + kz - (2\dot{\varphi}\omega + \omega^2)l(ds_u \sin \omega t + ds_v \cos \omega t) = 0, \quad (4.3)$$

де при холостому ході РШМ

$$z = \varphi, \quad \mu = h_u l^2, \quad k = c_u l^2; \quad (4.4)$$

при різанні

$$z = \delta, \quad \mu = h_u l^2, \quad k = c_u^{(p)} l^2. \quad (4.5)$$

Через те, що диск симетричний, не обмежуючи загальності, можна вважати, що

$$ds_v = 0. \quad (4.6)$$

Поділимо рівняння (4.3) на  $J_O$ . Введемо позначення

$$\varepsilon = l ds_u / J_O, \quad h = \mu / (2J_O), \quad \omega_0^2 = k / J_O. \quad (4.7)$$

Одержимо

$$\ddot{z}(1 + 2\varepsilon \cos \omega t) + 2\dot{z}(h - \varepsilon \omega \sin \omega t) + \omega_0^2 z = \omega^2 \varepsilon \sin \omega t. \quad (4.8)$$

Це – звичайне лінійне неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку із періодичними коефіцієнтами і малим параметром  $\varepsilon$ .

Відповідно до теорії коливань механічних систем [13-15] у такої системи можуть існувати параметричні резонанси.

**2. Частинний розв'язок диференціального рівняння руху.** Будемо шукати частинний розв'язок диференціального рівняння (4.8), який з часом не буде затухати. Саме такий рух буде з часом встановлюватися незалежно від початкових умов.

Застосуємо метод прямого розкладання розв'язку диференціального рівняння за степенями малого параметра [15]. Шукаємо  $\varphi$  у вигляді такого ряду

$$z = \varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3 + \dots \quad (4.9)$$

Подамо диференціальне рівняння (4.8) у вигляді

$$\ddot{z} + 2h\dot{z} + \omega_0^2 z = -2\varepsilon \frac{d}{dt}(\dot{z} \cos \omega t) + \omega^2 \varepsilon \sin \omega t. \quad (4.10)$$

Підставляємо ряд (4.9) у диференціальне рівняння (4.10) і збираємо коефіцієнти при однакових степенях  $\varepsilon$ , одержуємо

$$\begin{aligned} \varepsilon: \quad \ddot{z}_1 + 2h\dot{z}_1 + \omega_0^2 z_1 &= \omega^2 \sin \omega t, \\ &\dots \\ \varepsilon^i: \quad \ddot{z}_i + 2h\dot{z}_i + \omega_0^2 z_i &= -2 \frac{d}{dt}(\dot{z}_{i-1} \cos \omega t), \\ &\dots \end{aligned} \quad (4.11)$$

Це – нескінченна система рекурентних звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку із сталими коефіцієнтами.

Незатухаючим розв'язком першого рівняння буде

$$\begin{aligned} z_1 &= M \cos \omega t + N \sin \omega t, \\ M &= \frac{-2h\omega^3}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}, \quad N = \frac{\omega^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Враховуючи нескінченну малість параметра  $\varepsilon$ , обмежимося першою складовою у розкладанні. Отже

$$z \approx \varepsilon(M \cos \omega t + N \sin \omega t). \quad (4.13)$$

**3. Умова настання автобалансування.** В проекціях на осі  $u, v$

$$\mathbf{r}_K = (0, lz)^T, \quad \boldsymbol{\epsilon} = (\cos \omega t, \sin \omega t)^T. \quad (4.14)$$

Тоді

$$\mathbf{r}_K \cdot \boldsymbol{\epsilon} = lz \sin \omega t, \quad \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \mathbf{r}_K \cdot \boldsymbol{\epsilon} dt = \varepsilon N l / 2. \quad (4.15)$$

Звідки одержуємо таку умову настання автобалансування  $N < 0$ , або

$$\omega > \omega_0. \quad (4.16)$$

Зауважимо, що розв'язок (4.13) та умова (4.16) дають велику точність тільки на віддалі від параметричного резонансу системи [13-15]. Для збільшення точності треба наближено розв'язати диференціальне рівняння (4.10) іншим асимптотичним методом, зокрема врахувавши загальний розв'язок однорідного рівняння в (4.10).

При холостому ході РШМ умова (4.16) фактично виконується завжди через невелику жорсткість шарніра. У режимі різання умова (4.16) може порушитися через велику жорсткість технологічної системи ВПД. Ця умова дає

$$\omega > \sqrt{k/J_o} = \sqrt{c_u^{(p)} l^2 / J_o} = \sqrt{\{c_u + [\sin \vartheta + f_n(R/l - \cos \vartheta)]c_n \sin \vartheta\} l^2 / J_o}. \quad (4.17)$$

Розв'язуючи цю нерівність відносно  $c_n$ , одержимо таку умову, що обмежує зверху жорсткість  $c_n$ :

$$c_n < \frac{J_o \omega^2 - l^2 c_0}{[l \sin \vartheta + f_n(R - l \cos \vartheta)] \sin \vartheta}. \quad (4.18)$$

Тут кутову швидкість обертання диска  $\omega$  слід розглядати як задану (паспортну) характеристику РШМ.

Визначимо кут  $\vartheta^*$ , при якому коефіцієнт  $c_n$  буде найменшим. Це буде відбуватися, коли функція у знаменнику

$$f(\vartheta) = [l \sin \vartheta + f_n(R - l \cos \vartheta)] / \sin \vartheta \quad (4.19)$$

прийме максимальне значення. Досліджуємо цю функцію на екстремум. Знаходимо

$$df(\vartheta) / d\vartheta = [l \sin 2\vartheta + f_n(R \cos \vartheta - l \cos 2\vartheta)] / \sin^2 \vartheta = 0. \quad (4.20)$$

Це рівняння важко розв'язати аналітично, бо воно зводиться до визначення коренів полінома 4-го ступеня. Наближеним розв'язком цього рівняння у вигляді усіченого ряду за степенями  $f_n$ , що відповідає максимуму, є:

$$\vartheta^* \approx \frac{\pi}{2} + \frac{f_n}{2} - \frac{Rf_n^2}{4l} + \frac{(3R^2 - 4l^2)f_n^3}{24l^2}. \quad (4.21)$$

З використанням цього розв'язку знаходимо таке обмеження, що накладається на жорсткість  $c_n$ :

$$c_n < \frac{J_0 \omega^2 - c_0 l^2}{l(l + Rf_n + lf_n^2 / 4 - Rf_n^3 / 8)}. \quad (4.22)$$

**Висновки.** У рамках побудованої математичної моделі зрівноваження диску РШМ на кулісі кульовим (роликівим) АБ:

- 1) режими холостого ходу і різання описуються подібними системами звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, але у режимі різання поверхня, що обробляється, збільшує жорсткість системи;
- 2) автобалансування наставатиме на швидкостях, що перевищують власну частоту коливаний системи, за умови, що немає параметричного резонансу;
- 3) у режимі різання автобалансування може порушитися через велику жорсткість технологічної системи ВПД, тому ця жорсткість повинна бути обмежена зверху (умова (4.22)).

## Список літератури

1. Агафонов Ю.В. Исследование устойчивости шарикового автобалансира роторной системы на упругих опорах // *Машиноведение*. 1976. –№6, – С. 3–7.
2. Агафонов Ю. В. Исследование ручных угловых шлифовальных машин под действием неуравновешенности шлифовальных кругов. – В кн.: *Колебания и динамическая прочность элементов машин*. М.: Наука, 1976, с. 130–135.
3. Агафонов Ю. В. Гольштейн Б.Г. Автоматическое балансирующее устройство для ручных шлифовальных машин // *Строительные и дорожные машины*. 1976. –№3. –С. 15–17.
4. Кладиев С.Н. Автобалансирующие устройства ручных шлифовальных машин: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук: 01.02.06 “Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры” / С.Н. Кладиев. –Томск, 1996. – 21 с.
5. Нестеренко В.П. Теория и практика устройств автоматической балансировки роторов: автореф. дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: спец. 05.02.18 “Теория механизмов и машин”/ В.П. Нестеренко. – Новосибирск, 1990. – 34 с.
6. Пашкова Л.А. Влияние автобалансирующих устройств на износ шлифовальных кругов и качество обрабатываемой поверхности: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук: 01.02.06 “Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры” / Л.А. Пашкова. –Томск, 1999. –24 с.
7. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами: Монографія (за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин). – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.
8. Emanuelsson S. Introducing Automatic Balancing as a Means to Reduce Imbalance Induced Vibrations in Electrical and Air-Powered Hand-Held Angle Grinders (Power Tools) // *Proceeding, 49th International Appliance Technique Conference*, 1998, pp. 282–293.
9. Miwa T, Suzuki K, Kawaguchi T, Kawaguchi Y, Ohtsu S, Date O Reduction of grind vibration by balancing // *Industrial Health*, 1984, 22, pp. 59–74.
10. Rajalingham C., Rakheja S. Whirl suppression in handheld power tool rotors using guided rolling balancers // *J. Sound Vibr.*, 1998, 217(3), pp. 453–466.
11. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. М.: Машиностроение, 1974. 319 с.

12. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов: Учебник для машиностр. и приборостр. спец. вузов. - М.: Высш. шк., 1985. - 304с.
13. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. -М.: Физматгиз, 1959. – 918 с.
14. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. -М.: Наука, 1974. - 503 с.
15. Найфэ А. Введение в методы возмущений: Пер. с англ. -М.: Мир, 1984. - 535 с.

*А. Коваленко*

**Математическая модель уравнивания шаровым (роликовым) автобалансиrom диска ручной шлифовальной машины на кулисе**

Построена математическая модель движения ручной шлифовальной машины, установленной на кулису, которую удерживает цилиндрический вязко-упругий шарнир, диск которой уравнивается шариковым (роликовым) автобалансиrom. Найдены условия существования режима автобалансировки, и аналитически определены диапазоны скоростей, на которых будет наступать автобалансировка при определенных соотношениях между параметрами системы.

*А. Kovalenko*

**Mathematical model of balancing by ball (roller) type autobalancer of disk of hand polishing machine on a side scene**

Built mathematical model of motion of hand polishing machine set on a side scene the disk of which is counterbalanced by ball (roller) type autobalancer. The terms of existence of the mode of autobalancing are found, and the ranges of speeds on which autobalancing will come at certain betweenness by parameters are analytically certain.

Одержано 23.05.10