УДК 621.735.3

В.П.Пукалов, доц., канд.техн наук, В.В. Пукалов, доц., канд.техн наук, Ф.И. Златопольский, проф., канд. техн. наук
Кировоградский национальный технический университет

Расчет напряжений при осадке сплошных осесимметричных тел

Статья посвящена расчету напряжений при осадке сплошных осесимметричных тел. На основании аналитического изучения распределения касательных напряжений по контактной поверхности инструмента с металлом и совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и уравнения пластичности, получены формулы для расчета напряжений в любой точке деформируемой заготовки
осесимметричное тело, напряжения, контактное трение, усилие деформации

Напряженно-деформированное состояние металла при осадке заготовок между плоскими шероховатыми плитами зависит от химической, физической и структурной неоднородности, структуры, что особенно сильно сказывается при деформации литых заготовок, неравномерности нагрева, контактного трения, формы тела и многих других факторов.

Осадка цилиндрических заготовок относится к осесимметричному напряженному и деформируемому состоянию. К числу осесимметричных задач, для которых метод интегрирования дифференциальных уравнений равновесия совместно с уравнением пластичности для определения напряжения и усилия деформации, дает замкнутое решение, относится пластическое равновесие цилиндра под действием внешнего давления. Для определения напряжений в пластически деформируемом цилиндре имеем два дифференциальных уравнения равновесия (1 – 2) и уравнения пластичности (3) в цилиндрических координатах [1 – 4]

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{zp}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0\,; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} = 0\,; \tag{2}$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_\rho)^2 + 4\tau_{\rho\theta}^2 = 4k^2, \tag{3}$$

где k – пластическая постоянная.

Удельные силы контактного трения τ_k направлены против течения металла (рис.1), то есть от боковой свободной поверхности к середине цилиндра. При принятом расположении осей координат, при $p > 0$ силы трения τ_k следует брать со знаком минус, при $p > 0$ – со знаком плюс. Величина удельных сил трения может меняться от минимального значения, равного произведению коэффициента трения.
на постоянную пластичности (4)

$$\tau_k = 2k \cdot f\,, \tag{4}$$

на краю заготовки до максимального значения, равного сопротивлению металла пластическому сдвигу (5), то есть

$$2k \cdot f \le \tau_k \le k = \frac{\beta \cdot \sigma_T}{2} \tag{5}$$

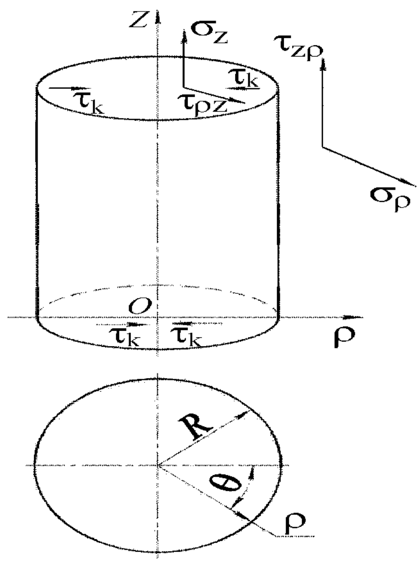

Рисунок 1 – Схема действия напряжений при осадке сплошного цилиндра

или

$$2k = \beta \cdot \sigma_T ,$$

где σ_T – предел текучести;

β – коэффициент Лодэ

$$\beta = 1.00 - 1.15.$$

Имеем всего три уравнения (1, 2, 3) с четырьмя неизвестными (σ_p, σ_θ, $\sigma_z, \tau_{zp} = \tau_{pz}$). Задача статически неопределимая. Решение становится возможным, если принять, что цилиндр является достаточно длинным, и деформация в направлении оси z, оси цилиндра достаточно мала и ею можно пренебречь, т.е. отсутствует. Деформация цилиндра осесимметричная и в то же время плоская, все деформации лежат в плоскости ρθ, перпендикулярной оси *z*, т.е., деформации в диаметральных плоскостях отсутствуют.

В этом случае нормальное напряжение σ_z в направлении отсутствия деформации равно полусумме двух других σ_ρ и σ_θ:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}, \tag{6}$$

а касательные напряжения равны нулю: $\tau_{z\rho} = \tau_{\rho z} = 0$, $\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = 0$, $\tau_{\rho\theta} = \tau_{\theta\rho} = 0$.

Таким образом, если касательные напряжения отсутствуют, то нормальные напряжения σ_p и σ_θ действуют в головной площадке и являются главными.

Так как σ_p зависит только от координаты ρ то дифференциальные уравнения равновесия (1,2) упрощаются. Остается одно уравнение, которое можно записать в обычных производных (7). Решая оставшееся уравнение с уравнением пластичности (3), получим

$$d\sigma_\rho = (\sigma_\theta - \sigma_\rho)\frac{d\rho}{\rho} = \pm 2k\frac{d\rho}{\rho}. \tag{7}$$

Отсюда

$$\sigma_\rho = \pm 2k \ln \rho + c; \tag{8}$$

$$\sigma_\theta = \pm 2k + \sigma_\rho . \tag{9}$$

Постоянную интегрирования находим из уравнения (8):

при $\rho = R$ наружному диаметру цилиндра

$$\sigma_R = 2k \ln R + c = 0 .$$

Отсюда

$$c = -2k \ln R,$$

$$\sigma_\rho = 2k \ln \rho - 2k \ln R = -2k \ln \frac{R}{\rho}$$

$$\text{и } \sigma_\rho = -2k \ln \frac{R}{\rho}. \tag{10}$$

Определим нормальные напряжения:

σ_θ из условия (9):

$$\sigma_\theta = \sigma_\rho = 2k.$$

Тогда

$$\sigma_\theta = 2k + \sigma_\rho = 2k - 2k \ln \frac{R}{\rho},$$

$$\sigma_\theta = 2k\left(1 - \ln \frac{R}{\rho}\right). \tag{11}$$

Нормальное напряжение σ_z находим из равенства (6)

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\rho}{2} = 2k\left(\frac{1}{2} - \ln \frac{R}{\rho}\right). \tag{12}$$

Зная значения нормальных напряжений на контактной поверхности можно рассчитать полное и удельное усилие, необходимое для пластической деформации заготовки.

Список литературы

1. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. – М: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Громов Н.П. Теория обработки металлов давлением. – М: Металлургия, 1987. – 360 с.
3. Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением. – М: Металлургия, 1980. – 450 с.
4. Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. – М: Металлургия, 1982. – 584 с.

В. Пукалов, В. Пукалов, Ф. Златопольський

Розрахунок напружень при осадці суцільних вісесиметричних тіл

Стаття присвячена розрахунку напружень при осадці суцільних вісесиметричних тіл. На основі аналітичного вивчення розподілу дотичних напружень по контактній поверхні інструменту з металом і сумісного рішення диференціальних рівнянь рівноваги і рівняння пластичності, отримані формули розрахунку напружень у будь-якій точці заготовки, яка деформується.

V. Pukalov, V. Pukalov, F. Zlatopolskyy

Stresses calculation when precipitating solid axisymmetric bodies

The article deals with the problem of stresses calculation when precipitating solid axisymmetric bodies. On the ground of analytic study of distribution of the tangent stresses along the contact surface of the tool with metal and joint resolution of differential balance equations and plasticity equations formulas for stresses calculation at any point of deformable work material are received.

Одержано 28.05.10