УДК 531.36:62-752+62-755

Г.Б. Філімоніхін, проф., д-р. техн. наук, І.І. Філімоніхіна, канд. фіз.-мат. наук
Кіровоградський національний технічний університет

Методика виділення і дослідження умовної асимптотичної стійкості усталених рухів ізольованих обертових систем

Конкретизується методика застосування теорії стійкості стаціонарних рухів динамічних систем з першими інтегралами до дослідження умовної асимптотичної стійкості усталених рухів ізольованих механічних систем з в'язким внутрішнім розсіюванням енергії. Зазначені системи складаються з обертового несучого тіла і приєднаних до нього матеріальних точок (тіл) і моделюють штучні супутники Землі, положення яких у просторі стабілізується обертанням. Виведені рівняння усталених рухів, отримані умови умовної асимптотичної стійкості (нестійкості) усталених рухів.
несуче тіло, кут нутації, диференціальні рівняння руху, усталений рух, умовна стійкість

Вступ. У ряді задач космічні апарати, що стабілізуються обертанням, моделюються ізольованими механічними системами, складеними з несучого твердого тіла (НТ) і приєднаних до нього тіл (ПТ), відносному руху яких перешкоджають сили в'язкого опору [1-12]. Ці системи з часом обертатимуться як одне жорстке ціле навколо осі, на якій лежить незмінний вектор кінетичного моменту системи. В ідеальному випадку система повинна обертатися навколо подовжньої осі НТ – тобто кут нутації повинен бути усунутим. Відповідний усталений рух називатимемо основним, а всі інші – побічними. На практиці з часом здійснюватимуться тільки стійкі рухи. Тому дослідження таких систем зводиться до виділення всіх усталених рухів і визначення їх умовної асимптотичної стійкості – за умов, що мають місце закони збереження руху центра мас і кінетичного моменту системи.

Для виділення всіх можливих усталених рухів та для визначення областей їх умовної асимптотичної стійкості у просторі параметрів системи доцільно застосовувати енергетичні підходи, започатковані Лагранжем і Раусом. До них відносяться теорії стійкості стаціонарних рухів динамічних систем з першими і циклічними інтегралами [1-9]. Вони дозволяють розв'язувати зазначені задачі без складання диференціальних рівнянь руху системи [10-12]. У даній роботі конкретизується методика застосування теорії стійкості стаціонарних рухів динамічних систем з першими інтегралами для розв'язання зазначених задач.

§1. Загальний опис руху системи. Ізольована механічна система складена із обертового НТ та приєднаних до нього рухомих і нерухомих матеріальних точок

(рис. 1). НТ має центр мас у точці O, масу M та обертається із кутовою швидкістю $\mathbf{\Omega}$. Оскільки система ізольована, то не обмежуючи загальності, можна вважати, що її центр мас – точка G нерухомий. Також її кінетичний момент є сталим вектором [10-12]. Приймемо за початок відліку точку G. Тоді

$$\mathbf{r}_G = 0, \quad \mathbf{K}_G = \mathbf{const}, \tag{1}$$

де $\mathbf{r}_G$ - радіус-вектор центра мас системи, а $\mathbf{K}_G$ - вектор її кінетичного моменту, знайдений відносно точки G. Приєднані точки діляться на k точок, жорстко зв'язаних з НТ, утворюючих незрівноваженість тіла (надалі – нерухомі точки), що мають масу μ_i, $/\, i=\overline{1,k}\, /$ та N точок, що мають можливість рухатися відносно тіла (надалі – рухомі точки), що мають масу m_j, $/\, j=\overline{1,N}\,/$. Відносно точки G центр мас тіла, точка O, має радіус-вектор $\mathbf{r}_O$, нерухомі точки - $\mathbf{r}_{\mu i}$, $/\, i=\overline{1,k}\,/$, рухомі - $\mathbf{r}_j$, $/\, j=\overline{1,N}\,/$. Нехай відносно центра мас тіла нерухомі точки мають радіуси-вектори $\boldsymbol{\rho}_{\mu i}$, $/\, i=\overline{1,k}\,/$, а рухомі - $\boldsymbol{\rho}_j$, $/\, j=\overline{1,N}\,/$. Тоді

$$\mathbf{r}_{\mu i}=\mathbf{r}_O+\boldsymbol{\rho}_{\mu i},\quad \mathbf{r}_j=\mathbf{r}_O+\boldsymbol{\rho}_j\quad /\, i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,N}\,/. \tag{2}$$

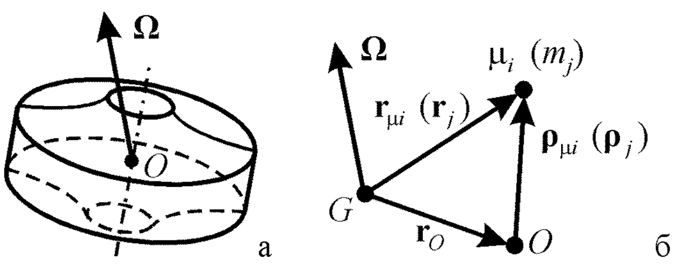

Рисунок 1 – Модель ізольованої обертової системи

Нехай з центра мас системи виходять осі $G\xi_G\eta_G\zeta_G$, що синхронно обертаються з тілом із кутовою швидкістю обертання тіла – $\boldsymbol{\Omega}$. Будемо уявляти рух системи як складний. За переносний рух приймемо обертання всієї системи навколо центра мас разом з осями $G\xi_G\eta_G\zeta_G$, а за відносний рух – рух тіла і приєднаних точок відносно рухомих осей $G\xi_G\eta_G\zeta_G$.

§2. Основні динамічні величини, закони збереження і зміни.

1. Закон збереження руху центра мас ізольованої системи в абсолютних радіус-векторах має такий вигляд

$$M_\Sigma\mathbf{r}_G=M\mathbf{r}_O+\sum_{i=1}^{k}\mu_i\mathbf{r}_{\mu i}+\sum_{j=1}^{N}m_j\mathbf{r}_j=0,\qquad M_\Sigma=M+\sum_{i=1}^{k}\mu_i+\sum_{j=1}^{N}m_j, \tag{3}$$

де M_Σ – маса всієї системи. Цей закон у відносних радіус-векторах

$$M_\Sigma\mathbf{r}_G=M_\Sigma\mathbf{r}_O+\sum_{i=1}^{k}\mu_i\boldsymbol{\rho}_{\mu i}+\sum_{j=1}^{N}m_j\boldsymbol{\rho}_j=0. \tag{4}$$

З (3) знаходимо

$$\mathbf{r}_O=-\left(\sum_{i=1}^{k}\mu_i\boldsymbol{\rho}_{\mu i}+\sum_{j=1}^{N}m_j\boldsymbol{\rho}_j\right)\Big/M_\Sigma. \tag{5}$$

Надалі розглядатимемо рівняння (3), (4) як рівняння геометричної в'язі. З його допомогою будемо спрощувати вигляд основних динамічних величин і виключати з них характеристики відносного руху НТ.

За теоремою про швидкість точок при складному русі маємо такі співвідношення для швидкостей:

$$\mathbf{v}_O=\mathbf{v}_O^e+\mathbf{v}_O^r,\quad \mathbf{v}_{\mu i}=\mathbf{v}_{\mu i}^e+\mathbf{v}_{\mu i}^r,\quad \mathbf{v}_j=\mathbf{v}_j^e+\mathbf{v}_j^r,\quad \mathbf{v}_O^e=\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{r}_O,\quad \mathbf{v}_{\mu i}^e=\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{r}_{\mu i},\quad \mathbf{v}_j^e=\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{r}_j,$$

$$\mathbf{v}_{\mu i}^r=\mathbf{v}_O^r,\quad \mathbf{v}_j^r=\mathbf{v}_O^r+\mathbf{u}_j,\quad /\, i=\overline{1,k};\quad j=\overline{1,N}\,/, \tag{6}$$

де $\mathbf{v}_O$ - абсолютна швидкість точки O;

$\mathbf{v}_{\mu i}$ - нерухомої точки номер i;

$\mathbf{v}_j$ - рухомої точки номер j;

з індексами „e” та „r” – відповідно переносна і відносна швидкості відповідної точки;

$\mathbf{u}_j$ - відносна швидкість рухомої точки номер j відносно точки O $/\, j=\overline{1,N}\,/$.

Якщо взяти абсолютну похідну за часом від (3), то після перетворень одержимо

$$M_\Sigma \mathbf{v}_G = M\mathbf{v}_O + \sum_{i=1}^{k} \mu_i \mathbf{v}_{\mu i} + \sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{v}_j = M_\Sigma \mathbf{v}_O^r + \sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j = 0,$$

звідки знаходимо

$$M_\Sigma \mathbf{v}_O^r = -\sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j, \quad \sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j = -M_\Sigma \mathbf{v}_O^r. \tag{7}$$

2. Закон збереження кінетичного моменту ізольованої системи відносно центра мас має вигляд

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{K}_G^e + \mathbf{K}_G^r = \mathbf{const}. \tag{8}$$

Кінетичний момент переносного руху

$$\mathrm{K}_G^e = \mathrm{J}_G \text{ŕ¶}, \tag{9}$$

де $\mathbf{J}_G$ - центральний тензор інерції системи.

Кінетичний момент відносного руху

$$\mathbf{K}_G^r = \mathbf{r}_O \times M\mathbf{v}_O^r + \sum_{i=1}^{k} \mathbf{r}_{\mu i} \times \mu_i \mathbf{v}_{\mu i}^r + \sum_{j=1}^{N} \mathbf{r}_j \times m_j \mathbf{v}_j^r = \sum_{j=1}^{N} \mathbf{r}_j \times m_j \mathbf{u}_j. \tag{10}$$

Тоді закон збереження кінетичного моменту приймає вигляд

$$\mathrm{K}_G = \mathrm{J}_G \text{ŕ¶} + \mathrm{h} = \mathrm{const}, \tag{11}$$

де $$\mathrm{h} = \sum_{j=1}^{N} \mathrm{r}_j \times m_j \mathrm{u}_j = \sum_{j=1}^{N} (\text{ŕП}_j + \mathrm{r}_O) \times m_j \mathrm{u}_j = \sum_{j=1}^{N} \text{ŕП}_j \times m_j \mathrm{u}_j + \mathrm{r}_O \times \sum_{j=1}^{N} m_j \mathrm{u}_j =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \text{ŕП}_j \times m_j \mathrm{u}_j - \frac{1}{M_\Sigma}\left(\sum_{i=1}^{k} \mu_i \text{ŕП}_{\mu i} + \sum_{s=1}^{N} m_s \text{ŕП}_s \right) \times \sum_{j=1}^{N} m_j \mathrm{u}_j. \tag{12}$$

У подальшому векторну рівність (11) будемо розглядати як диференціальне рівняння руху системи 1-го порядку, якщо складаються диференціальні рівняння руху системи або як перший інтеграл, якщо досліджується умовна стійкість стаціонарного руху при сталому значенні цього інтегралу.

3. Кінетична енергія системи має вигляд

$$T = \frac{1}{2} M v_O^2 + \frac{1}{2} \text{ŕ¶}^{\mathrm{T}} \mathrm{J}_{ATT_O} \text{ŕ¶} + \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2} \mu_i v_{\mu i}^2 + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} m_j v_j^2, \tag{13}$$

де $\mathbf{J}_{ATT_O}$ - тензор інерції тіла відносно точки O. Після підстановки швидкостей з (6) маємо

$$T = \frac{1}{2} M (\mathrm{v}_O^e + \mathrm{v}_O^r)^2 + \frac{1}{2} \text{ŕ¶}^{\mathrm{T}} \mathrm{J}_{ATT_O} \text{ŕ¶} + \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2} \mu_i (\mathrm{v}_{\mu i}^e + \mathrm{v}_{\mu i}^r)^2 + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} m_j (\mathrm{v}_j^e + \mathrm{v}_j^r)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} M[(v_O^e)^2 + 2\mathrm{v}_O^e \mathrm{v}_O^r + (v_O^r)^2] + \frac{1}{2} \text{ŕ¶}^{\mathrm{T}} \mathrm{J}_{ATT_O} \text{ŕ¶} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2} \mu_i [(v_{\mu i}^e)^2 + 2\mathbf{v}_{\mu i}^e \mathbf{v}_{\mu i}^r + (v_{\mu i}^r)^2] + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} m_j [(v_j^e)^2 + 2\mathbf{v}_j^e \mathbf{v}_j^r + (v_j^r)^2].$$

Тоді кінетичну енергію системи можна подати у вигляді

$$T = T^e + T^{re} + T^r, \tag{14}$$

де $$T^e = \frac{1}{2} M (v_O^e)^2 + \frac{1}{2} \text{ŕ¶}^{\mathrm{T}} \mathrm{J}_{ATT_O} \text{ŕ¶} + \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2} \mu_i (v_{\mu i}^e)^2 + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} m_j (v_j^e)^2;$$

$$T^r = \frac{1}{2}\left[M (v_O^r)^2 + \sum_{i=1}^{k} \mu_i (v_{\mu i}^r)^2 + \sum_{j=1}^{N} m_j (v_j^r)^2 \right];$$

$$T^{re} = M\mathbf{v}_O^e \cdot \mathbf{v}_O^r + \sum_{i=1}^{k} \mu_i \mathbf{v}_{\mu i}^e \mathbf{v}_{\mu i}^r + \sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{v}_j^e \cdot \mathbf{v}_j^r.$$

Або після перетворень

$$T^e = \frac{1}{2}\text{ŕ¶}^{\mathrm{T}}\mathrm{J}_G\text{ŕ¶};\quad T^r = \frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{N} m_j u_j^2 - M_\Sigma (v_O^r)^2\right] = \frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{N} m_j u_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j\right)\Big/ M_\Sigma\right];$$

$$T^{re} = \text{ŕ¶}\cdot\sum_{j=1}^{N} \mathrm{r}_j \times m_j \mathrm{u}_j = \text{ŕ¶}\cdot \mathrm{h}\,. \tag{15}$$

Зауважимо, що можна перетворити кінетичну енергію переносного руху до вигляду

$$T^e = \frac{1}{2}[\text{ŕ¶}^{\mathrm{T}}\mathrm{J}_O\text{ŕ¶} - M_\Sigma(\text{ŕ¶}\times \mathrm{r}_O)^2]\,. \tag{16}$$

де $\mathbf{J}_O$ - тензор інерції системи відносно точки O.

§3. Конкретизація теорії стійкості стаціонарних рухів систем із першими інтегралами.

Повна механічна енергія системи є не зростаючою функцією. Її простіше досліджувати на абсолютний екстремум після виключення з неї залежних координат і швидкостей. З (11) знаходимо

$$\text{ŕ¶} = \mathrm{J}_G^{-1}(\mathrm{K}_G - \mathrm{h}),\quad \text{ŕ¶}^{\mathrm{T}} = (\mathrm{K}_G - \mathrm{h})^{\mathrm{T}}\mathrm{J}_G^{-1},\quad [\mathrm{J}_G^{-1} = (\mathrm{J}_G^{-1})^{\mathrm{T}}]\,. \tag{17}$$

Враховуючи (15), (17), після перетворень одержуємо

$$T^e + T^{re} = \frac{1}{2}\mathbf{K}_G^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{K}_G - \frac{1}{2}\mathbf{h}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{h}\,.$$

Отже, маємо

$$T = \frac{1}{2}\left[\mathbf{K}_G^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{K}_G + \sum_{j=1}^{N} m_j u_j^2 - \mathbf{h}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{h} - M_\Sigma(v_O^r)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\mathbf{K}_G^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{K}_G + \sum_{j=1}^{N} m_j u_j^2 - \mathbf{h}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{h} - \left(\sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{N} m_j \mathbf{u}_j\right)\Big/ M_\Sigma\right]. \tag{18}$$

Або у такому вигляді

$$T = T_0 + T_2\,,$$

$$T_0 = \frac{1}{2}\mathbf{K}_G^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{K}_G\,,\quad T_2 = \frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{n} m_j u_j^2 - \mathbf{h}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_G^{-1}\mathbf{h} - \left(\sum_{j=1}^{n} m_j \mathbf{u}_j\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{n} m_j \mathbf{u}_j\right)\Big/ M_\Sigma\right]. \tag{19}$$

Це – кінетична енергія системи, яка погоджена із в'язями (3) і (11). Видно, що T_0 не залежить від узагальнених швидкостей, а T_2 - позитивно визначена квадратична форма відносних швидкостей:

$$T_0 = T_0(\mathrm{K}_G, \text{ŕ∏}_1 \ldots \text{ŕ∏}_N),\quad T_2 = T_2(\mathrm{u}_1, \ldots \mathrm{u}_N, \text{ŕ∏}_1 \ldots \text{ŕ∏}_N),\quad \forall \mathrm{u}_j \neq 0\quad T_2 > 0\,. \tag{20}$$

Потенціальна енергія системи утворюється за рахунок відносного руху ПТ. Тому вона має вигляд

$$\varPi = \varPi(\text{ŕ∏}_1 \ldots \text{ŕ∏}_N)\,. \tag{21}$$

Сили в'язкого опору перешкоджають відносному рухові ПТ. Дисипативна функція Релея має вигляд

$$\varPhi = \varPhi(\mathbf{u}_1, \ldots \mathbf{u}_N) = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} \alpha_j u_j^2\,, \tag{22}$$

де α_j - коефіцієнти сил в'язкого опору.

Оскільки на систему діють тільки внутрішні потенціальні і дисипативні сили, то

$$dE/dt = -2\varPhi,\quad E = T + \varPi\,, \tag{23}$$

де E – повна механічна енергії системи.

Введемо у розглядання зведену потенціальну енергію системи

$$\varPi^* = T_0 + \varPi\,. \tag{24}$$

На усталених рухах системи вона приймає стаціонарне значення. Повна механічна енергія системи $E = T_2 + П^*$.

З теорем Барбашина-Красовського і Красовського (доповнених А.В.Карапетяном, В.В.Румянцевим, А.С.Озерянером, В.І.Воротніковим тощо [1-4,9]) випливає, що для розглядуваних систем *ізольований усталений рух:*

- стійкий, якщо зведена потенціальна енергія системи має на ньому ізольований мінімум;

- нестійкий, якщо зведена потенціальна енергія системи не має на ньому навіть нестрогого мінімуму.

Теорему ілюструє рис. 2, на якому зображена важка кулька у полі сил ваги. Її потенціальна енергія якісно характеризує різні енергетичні рівні зведеної потенціальної енергії $П^*$ системи.

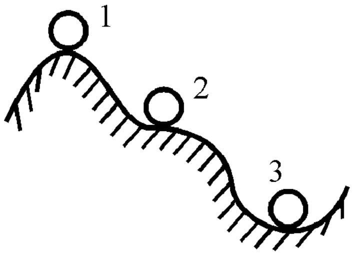

Рисунок 2 – Стійкі і нестійкі усталені рухи системи

У точці максимуму або перегину 2 поверхні, на якій знаходиться кулька, рівновага нестійка. У точці мінімуму 3 рівновага – стійка. Умови розсіювання і не підведення енергії обов’язкові, оскільки завдяки ним точка може опускатися з верхніх енергетичних рівнів E на нижні, і покинувши певний верхній енергетичний рівень, вже не може до нього піднятися.

Зауважимо, що сили опору повинні бути в’язкими, тобто залежати від швидкості, але ця залежність не обов’язково повинна бути лінійною.

Відповідно до конкретизованої методики при дослідженні розглядуваних систем потрібно:

а) знайти зведену потенціальну енергію $П^*$ системи як функцію її узагальнених координат (нехай це координати $q_1,\ldots,q_s$, де s - кількість незалежних координат після виключення залежних з використанням інтегралів руху);

б) визначити всі усталені рухи системи із необхідної умови екстремуму $П^*$

$$\partial П^* / \partial q_j = 0, \ / j = \overline{1,s} / . \qquad (25)$$

в) в околі кожного усталеного руху визначити, чи є у функції $П^*$ мінімум – наприклад, із застосуванням критерію Сильвестра.

Конкретизована методика визначення зведеної потенціальної енергії $П^*$ враховує особливості розглядуваних систем і зводить розв’язання зазначених задач до стандартний дій відповідно до алгоритму методики.

Список літератури

1. Воротников В.И. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения / В.И. Воротников, В.В. Румянцев // — М.: Научный мир, 2001. – 320 с.
2. Карапетян А.В. Инвариантные множества механических систем. В кн. Нелинейная механика / Под ред. В.М. Матросова, В.В. Румянцева, А.В. Карапетяна. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 432 с.
3. Карапетян А.В. Первые интегралы, инвариантные множества и бифуркации в диссипативных системах // Регулярная и хаотическая динамика. — 1997. — Т. 2. — С. 75-80.
4. Карапетян А.В. Устойчивость стационарных движений. М.: «Эдиториал УРСС», 1988. – 168 с.
5. Нелинейная механика / Под ред. В.М. Матросова, В.В. Румянцева, А.В. Карапетяна. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 432 с.

6. Раус Э. Дж. Динамика системы твердых тел. В 2 т. / Э. Дж. Раус ; [Пер. с англ.; под ред. Ю. А. Архангельского, В. Г. Демина] – М.: Наука, т. 1. – 1983. – 464 с.; т. 2: – 1983. – 544 с.
7. Рейтер Г. С. Вращательное движение пассивных космических аппаратов / Г.С. Рейтер, У.Т. Томсон // Проблемы ориентации искусственных спутников Земли. – М.: Наука, 1966. – С. 336–350.
8. Румянцев В.В. Об устойчивости стационарных движений спутников / В.В. Румянцев – М.: ВЦ АН СССР, 1967. – 141 с.
9. Румянцев В.В. Устойчивость и стабилизация движений по отношению к части переменных / В.В. Румянцев, А.С. Озиранер // — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 256 с.
10. Філімоніхіна І.І. Усталені рухи і умови самозрівноваження одного типу ізольованої системи // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2007. №3. –С.103-109.
11. Горошко О.О. Достатні умови усунення автобалансирами кута нутації незрівноваженого обертового тіла в ізольованій системі / Горошко О.О., Філімоніхіна І.І. // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. 2008. -№1. –С.53-58.
12. Філімоніхіна І.І. Умови зменшення кута нутації обертового несучого тіла в ізольованій системі: автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.02.01 / І.І.Філімоніхіна; НАН України, Ін-т механіки ім. С.П. Тимошенка — К., 2009. — 20 с.

Г. Филимонихин, И. Филимонихина

Методика выделения и исследования условной асимптотической устойчивости установившихся движений изолированных вращающихся систем

Конкретизируется методика применения теории устойчивости стационарных движений динамических систем с первыми интегралами к исследованию условной асимптотической устойчивости установившихся движений изолированных механических систем с вязким внутренним рассеиванием энергии. Рассматриваемые системы состоят из вращающегося несущего тела и присоединенных к нему материальных точек (тел) и моделируют искусственные спутники Земли, положение которых в пространстве стабилизируется вращением. Выведены уравнения установившихся движений, получены условия условной асимптотической устойчивости (неустойчивости) установившихся движений.

H. Filimonikhin, I. Filimonikhina

Method of selection and research of conditional asymptotically stability of the set motions of the isolated revolved systems

The method of application of theory of stability of stationary motions of the dynamic systems with the first integrals is specified, to research of conditional asymptotically stability of the set motions of the isolated systems with viscid internal dispersion of energy. The considered systems consist of the revolved bearing body and added to him material points (bodies) and design space satellites position of which in space is stabilized by the rotation. Are obtain the equations of the set motions and the terms of its conditional asymptotically stability (instability).

Одержано 18.04.11