

## Дослідження впливу конструктивних параметрів на зміну кутів в опорах у ВПК

В статті досліджується вплив конструктивних параметрів механізмів з паралельною кінематикою на функціональні можливості верстатів з паралельною кінематикою.  
**верстат, гексапод, МПК, ВПК, верстат з паралельною кінематикою**

Принципово важливим при створенні верстатів з паралельною кінематикою є визначення найбільш доцільних конструктивних параметрів при виконанні функціональних технологічних рухів. Впливаючи на дані параметри можна розширити функціональні можливості ВПК, що дозволить розширити діапазон технологічних рухів і вести обробку деталей більш складної конфігурації.

До технологічних рухів можна віднести переміщення руху подачі – точіння, свердління, фрезерування та ін., а також установчі переміщення ріжучого інструменту та деталі. Найбільш важливим вважаємо можливість переміщення рухомої платформи верстата з паралельною кінематикою під кутом.

При дослідженні розглядається відхилення рухомої платформи на необхідний кут від осі симетрії, при цьому кут нахилу штанг в опорах при зміні орієнтації виконавчого органу також змінює своє значення.

Найбільш проста схема при переміщенні рухомої платформи по осі симетрії конструкції гексапода (тобто кут нахилу платформи  $0^\circ$ ) представлена на рис.1. Конструкція складається з рухомої та нерухомої платформ діаметрами  $a$  та  $b$  відповідно. Штанги змінної довжини у максимально втягнутому положенні при  $l_{\min}$  нахилені під кутами  $\alpha_h, \beta_h$ , а у максимальному видовженому  $L$  нахилені під кутами  $\alpha_H, \beta_H$ . Величина переміщення рухомої платформи  $l$  змінюється від максимально втянутого положення  $h$  до максимального видовженого  $H$ .

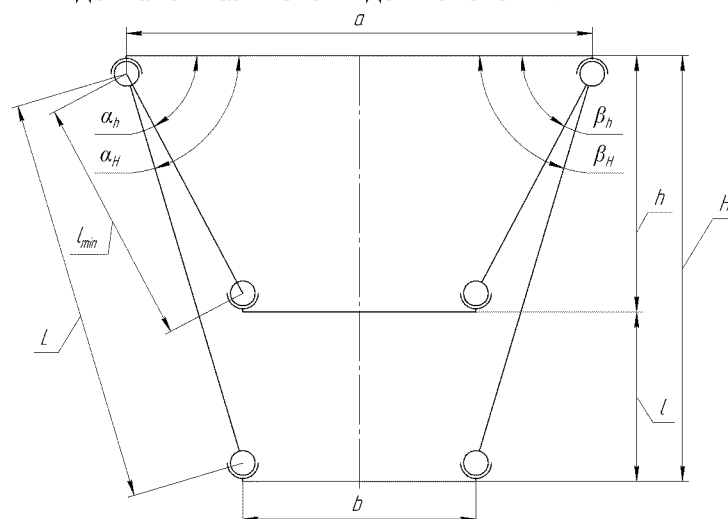


Рисунок 1 – Розрахункова схема гексапода

$$\alpha_h = \beta_h = \arccos\left(\frac{a-b}{2 \cdot l_{\min}}\right), \quad (1)$$

А при максимально видовженому:

$$\alpha_H = \beta_H = \arccos\left(\frac{a-b}{2 \cdot L}\right), \quad (2)$$

Визначаємо величину зміни кута в опорах при переміщенні від мінімального (втягнутого) до максимально витягнутого положення при:

$$\Delta\alpha_0 = \alpha_H - \alpha_h. \quad (3)$$

$$\Delta\beta_0 = \beta_H - \beta_h. \quad (4)$$

Тоді

$$\Delta\alpha_0 = \Delta\beta_0 = \arccos\left(\frac{a-b}{2 \cdot L}\right) - \arccos\left(\frac{a-b}{2 \cdot l_{\min}}\right). \quad (5)$$

Більш складна схема при при переміщенні рухомої платформи під кутом представлена на рис.2. В даній схемі введені поточні довжини штанг змінної довжини  $l_1$  та  $l_2$ . Кути нахилу штанг позначаються  $\alpha_1, \beta_1$  і  $\alpha_2, \beta_2$  для максимально втягнутого і максимально видовженого положення відповідно. Кут нахилу рухомої платформи  $\varphi$  рівний куту відхилення платформи від осі симетрії гексапода.

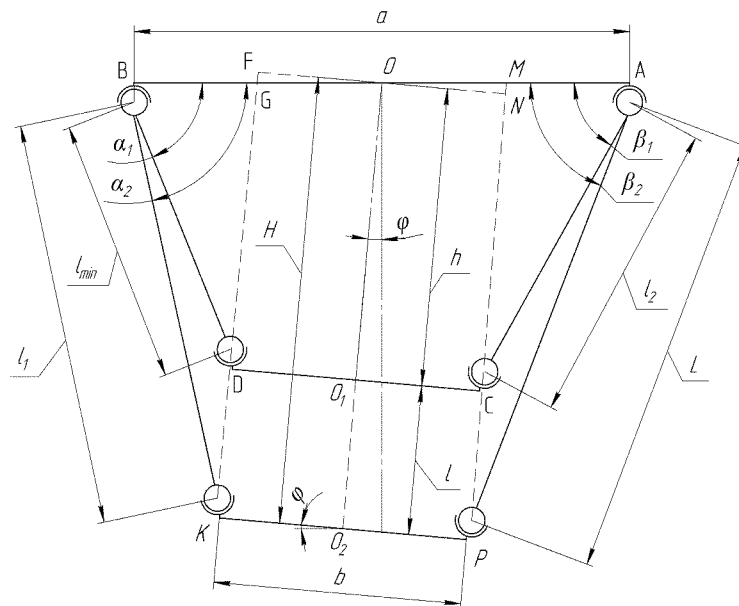


Рисунок 2 – Розрахункова схема гексапода

Визначаємо кут  $\alpha_1$  між нерухомою платформою та рухомою штангою  $l_{\min}$  з трикутника  $\Delta BGD$  за теоремою косинусів:

$$\cos \alpha_1 = \frac{BG^2 + BD^2 - DG^2}{2 \cdot BG \cdot BD}, \quad (6)$$

де  $BD = l_{\min}$ ;

$$BG = \frac{a}{2} - \frac{b}{2 \cos \varphi}$$

$$DG = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right].$$

Тоді рівняння матиме вигляд:

$$\alpha_1 = \arccos \left( \frac{\left[ \left( \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} \right)^2 + l_{\min}^2 - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] \right)^2 \right] \cos \varphi}{l_{\min} \cdot (a \cos \varphi - b)} \right). \quad (7)$$

Визначаємо кут  $\beta_1$  між нерухомою платформою та рухомою штангою  $l_2$  з трикутника  $\Delta AMC$  за теоремою косинусів:

$$\cos \beta_1 = \frac{AM^2 + AC^2 - CM^2}{2 \cdot AM \cdot AC}, \quad (8)$$

де  $AC = l_2$ ;

$$CM = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi.$$

Визначаємо довжину штанги  $l_2$  з трикутника  $\Delta AMC$  за теоремою косинусів:

$$AC^2 = CM^2 + AM^2 - 2 \cdot CM \cdot AM \cdot \cos(90 + \varphi), \quad (9)$$

де  $AM = \frac{a}{2} - \frac{b}{2 \cos \varphi}$ .

Підставляємо складові у формулу для  $AC$ :

$$l_2 = \left[ \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \left( \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} \right)^2 - \right. \\ \left. - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \left( \frac{a \cos \varphi - b}{\cos \varphi} \right) \cos(90 + \varphi) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Підставляємо значення  $l_2$  і знаходимо значення  $\beta_1$ :

$$\beta_1 = \arccos \left[ \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi \right) \cos(90 + \varphi) \cdot \right. \\ \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \left( \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} \right)^2 - \right. \\ \left. - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) + \sqrt{4l_{\min}^2 - (a \cos \varphi - b)^2} \right] + b \operatorname{tg} \varphi \right) \left( \frac{a \cos \varphi - b}{\cos \varphi} \right) \cos(90 + \varphi) \right]^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (11)$$

Подібно визначаємо кути нахилу рухомих штанг  $\alpha_2, \beta_2$  за умови максимального витягнутого положення гексаподу  $H$ :

Так як  $H = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4L^2 - (a \cos \varphi - b)^2} - \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) \right] - \frac{b}{2} \operatorname{tg} \varphi$

то

$$\alpha_2 = \arccos \left[ \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4L^2 - (a \cos \varphi - b)^2} - \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) \right] - b \operatorname{tg} \varphi \right) \sin \varphi \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4L^2 - (a \cos \varphi - b)^2} - \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) \right] - b \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \left( \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} \right)^2 - \right. \right. \quad (12)$$

$$\left. \left. - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4L^2 - (a \cos \varphi - b)^2} - \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) \right] - b \operatorname{tg} \varphi \right) \left( \frac{a \cos \varphi - b}{\cos \varphi} \right) \sin \varphi \right]^{-\frac{1}{2}} \right] \\ \beta_2 = \arccos \left( \frac{\left[ \left( \frac{a \cos \varphi - b}{2 \cos \varphi} \right)^2 + L^2 - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4L^2 - (a \cos \varphi - b)^2} - \operatorname{tg} \varphi (a \cos \varphi - b) \right] \right)^2 \right] \cos \varphi}{L \cdot (a \cos \varphi - b)} \right). \quad (13)$$

Визначаємо величину зміни кута в опорах при переміщенні від мінімального (втягнутого) до максимально витягнутого положення:

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1, \quad (14)$$

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1. \quad (15)$$

Досліджуємо вплив конструктивних параметрів гексаподу на величину зміни кута в опорах. Вводимо додаткові позначення для оцінки вищезгаданих параметрів:

$$n = \frac{b}{a}; m = \frac{a}{L}; i = \frac{l_{\min}}{L}.$$

$$\Delta \alpha = \arccos \left[ \frac{m(\cos \varphi - n)}{2 \cos \varphi} - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4 - m^2 (\cos \varphi - n)^2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot m(\cos \varphi - n) \right] - m \cdot n \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \sin \varphi \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4 - m^2 (\cos \varphi - n)^2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot m(\cos \varphi - n) \right] - m \cdot n \cdot \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \left( \frac{m(\cos \varphi - n)}{2 \cos \varphi} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4 - m^2 (\cos \varphi - n)^2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot m(\cos \varphi - n) \right] - m \cdot n \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \left( \frac{m(\cos \varphi - n)}{\cos \varphi} \right) \sin \varphi \right]^{-\frac{1}{2}} - \right. \quad (16) \\ \left. - \arccos \left( \frac{\left[ \left( \frac{m(\cos \varphi - n)}{2 \cos \varphi} \right)^2 + i^2 - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} \varphi \cdot m(\cos \varphi - n) + \sqrt{4i^2 - m^2 (\cos \varphi - n)^2} \right] \right)^2 \right] \cos \varphi}{i \cdot m(\cos \varphi - n)} \right) \right)$$

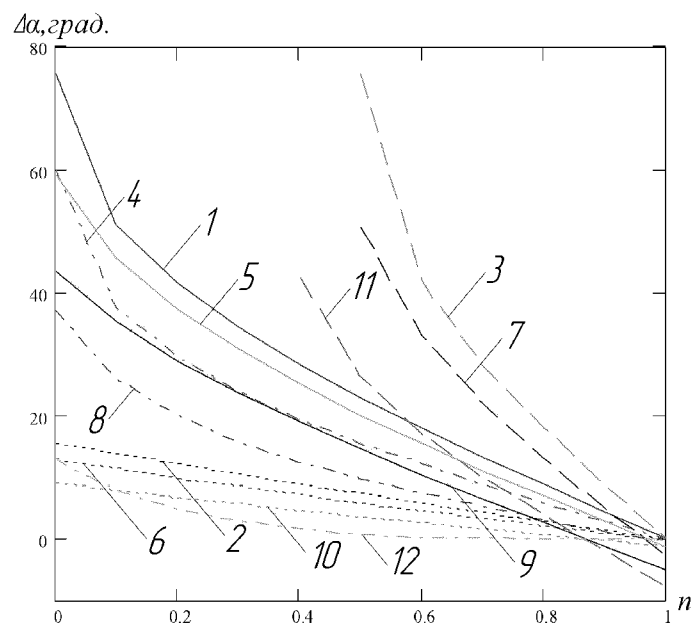
$$\Delta\beta = \arccos \left[ \frac{\left[ \left( \frac{m(\cos\varphi - n)}{2\cos\varphi} \right)^2 + 1 - \left( \frac{1}{2} \left[ \sqrt{4 - m^2(\cos\varphi - n)^2} - \operatorname{tg}\varphi \cdot m(\cos\varphi - n) \right] \right)^2 \right] \cos\varphi}{m(\cos\varphi - n)} \right] -$$

$$- \arccos \left[ \frac{m(\cos\varphi - n)}{2\cos\varphi} - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg}\varphi \cdot m(\cos\varphi - n) + \sqrt{4i^2 - m^2(\cos\varphi - n)^2} \right] + m \cdot n \cdot \operatorname{tg}\varphi \right) \cos(90 + \varphi) \right] \cdot (17)$$

$$\cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg}\varphi \cdot m(\cos\varphi - n) + \sqrt{4i^2 - m^2(\cos\varphi - n)^2} \right] + m \cdot n \cdot \operatorname{tg}\varphi \right)^2 + \left( \frac{m(\cos\varphi - n)}{2\cos\varphi} \right)^2 - \right.$$

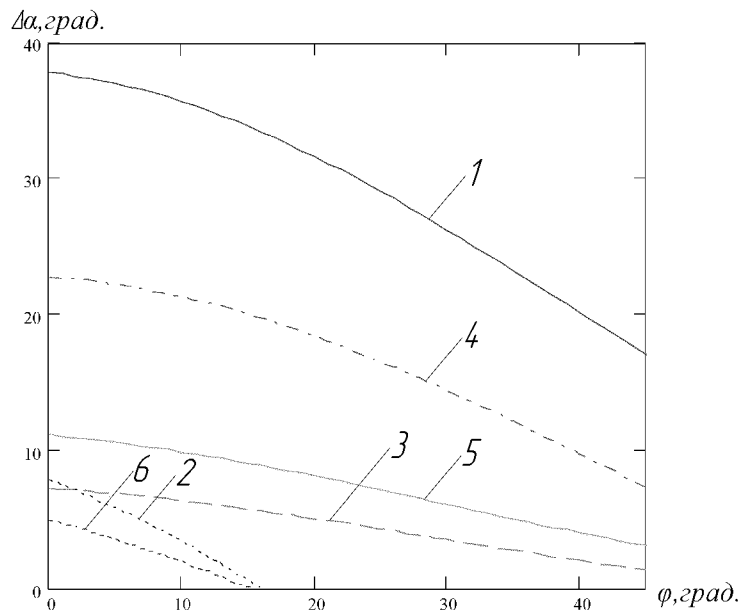
$$\left. - \left( \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg}\varphi \cdot m(\cos\varphi - n) + \sqrt{4i^2 - m^2(\cos\varphi - n)^2} \right] + m \cdot n \cdot \operatorname{tg}\varphi \right) \left( \frac{m(\cos\varphi - n)}{\cos\varphi} \right) \cos(90 + \varphi) \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Розглянемо вплив конструктивних параметрів гексаподу на його величину зміни кутів в опорах і по визначених залежностях будуюмо графіки (Рис.3-Рис.4).



- |  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\Delta\alpha$ ( $m=0,5; i=0,25; \varphi=0^\circ$ );  | 2. $\Delta\alpha$ ( $m=0,5; i=0,5; \varphi=0^\circ$ );  | 3. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,25; \varphi=0^\circ$ );    |
| 4. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,5; \varphi=0^\circ$ );     | 5. $\Delta\alpha$ ( $m=0,5; i=0,5; \varphi=15^\circ$ ); | 6. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,25; \varphi=15^\circ$ );   |
| 7. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,25; \varphi=15^\circ$ );   | 8. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,5; \varphi=15^\circ$ );   | 9. $\Delta\alpha$ ( $m=0,5; i=0,25; \varphi=30^\circ$ ); |
| 10. $\Delta\alpha$ ( $m=0,5; i=0,5; \varphi=30^\circ$ ); | 11. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,25; \varphi=30^\circ$ ); | 12. $\Delta\alpha$ ( $m=1; i=0,5; \varphi=30^\circ$ );   |

Рисунок 3 – Графік впливу відношення розмірів платформ на зміну кута  $\Delta\alpha$  в опорі при переміщенні рухомої платформи



1.  $\Delta\alpha$  ( $m=0,5;n=0,25;i=0,25$ );    2.  $\Delta\alpha$  ( $m=1;n=0,25;i=0,75$ );    3.  $\Delta\alpha$  ( $m=0,5;n=0,5;i=0,5$ );  
 4.  $\Delta\alpha$  ( $m=0,5;n=0,5;i=0,25$ );    5.  $\Delta\alpha$  ( $m=0,5;n=0,25;i=0,5$ );    6.  $\Delta\alpha$  ( $m=1;n=0,5;i=0,75$ )

Рисунок 4 – Графік впливу кута нахилу платформи  $\varphi$  на зміну кута  $\Delta\alpha$  в опорі при її переміщенні

З графіка впливу відношення розмірів платформ на зміну кутів в опорах при переміщенні рухомої платформи (рис.3) видно, що із збільшенням розміру рухомої платформи зміна кута в опорі  $\Delta\alpha$  зменшується, тобто збільшення розміру рухомої платформи супроводжується меншим відхиленням кута  $\alpha$  в опорі. Подібні залежності мають місце для значення зміни кута в опорі  $\Delta\beta$ .

Проаналізувавши вплив відношення розміру нерухомої платформи до довжини штанг на зміну кутів в опорах при переміщенні рухомої платформи робимо висновок, що із збільшенням відношення розміру нерухомої платформи до довжини штанг зміна кутів в опорах  $\Delta\alpha$  і  $\Delta\beta$  збільшується, тобто збільшення впливу відношення розміру нерухомої платформи до довжини штанг викликає більші відхилення кутів в опорі  $\alpha$  і  $\beta$ .

З впливу відносно можливої величини руху штанг на зміну кутів в опорах при переміщенні рухомої платформи визначили, що із збільшенням відносно величини руху штанг зміна кутів в опорах  $\Delta\alpha$  і  $\Delta\beta$  зменшується, з чого випливає із збільшенням відносно можливої величини руху штанг величина відхилення кутів  $\alpha$  і  $\beta$  в опорах зменшується.

З графіка впливу кута нахилу платформи  $\varphi$  на зміну кутів в опорах при її переміщенні (рис.4) видно, що із збільшенням величини кута нахилу платформи зміна кута в опорі  $\Delta\alpha$  зменшується, тобто відхилення кута в опорі  $\alpha$  менші. Подібні залежності мають місце для значення зміни кута в опорі  $\Delta\beta$ .

В даній статті дослідженні додаткові, по відношенню до попередніх, зміни кутів в опорах штанг при встановленні платформи на заданий кут  $\varphi$ .

## Список літератури

1. Павленко І.І. Промислові роботи: основи розрахунку та проектування. – Кіровоград: КНТУ, 2007. – 420 с.
2. Павленко І.І., Валявський І.А. Дослідження впливу конструктивних параметрів механізму паралельної структури на функціональні можливості верстата з паралельною кінематикою. / Павленко І.І., Валявський І.А. – Кіровоград: КНТУ, 2008.-С.284-287.- (Загальнодержавний

міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин; вип. 38 ч.1).

*И.Павленко, Д.Вахніченко*

**Исследование влияния конструктивных параметров на изменение углов в опорах СПК.**

В статье рассматривается влияние конструктивных параметров механизмов с параллельной кинематикой на функциональные возможности станка с параллельной кинематикой.

*I.Pavlenko, D. Vakhnichenko*

**Research of influence of design data on corners in support MPK.**

Influence of structural parameters of parallel structure mechanism on hexapod functional possibilities in the article.

Одержано 11.04.11