

П. Г. Плешков, доц., канд. техн. наук, В. В. Зінзура, асп., М. В. Кубкін, асист.  
Кіровоградський національний технічний університет

## Теоретичні засади оптимального керування пристроєм РПН силового трансформатора за векторним критерієм

В статті запропоновано новий підхід до вирішення проблеми підвищення якості електричної енергії, який полягає у застосуванні математичного апарату векторної (багатокритеріальної) оптимізації для пофазного управління безконтактним пристроєм РПН силового трансформатора. Даний підхід дозволяє одночасно зменшувати рівень відхилення та несиметрії напруги. Отримано аналітичні вирази для визначення координат утопічної точки а також запропоновано метод звуження множини парето-оптимальних розв'язків з урахуванням пріоритетності критеріїв управління. **відхилення напруги, несиметрія напруги, векторна оптимізація, парето-оптимальна множина, утопічна точка**

На сучасному етапі розвитку систем електропостачання важливу роль відіграє питання якості електричної енергії. Зниження якості електроенергії негативно відображається на роботі систем релейного захисту, призводить до скорочення терміну служби ізоляції електричних машин, трансформаторів, кабелів, а також спричиняє похибки в системі обліку електроенергії [1].

Одним із основних показників якості електричної енергії згідно ГОСТ 13109-97, наряду з усталеним відхиленням напруги  $\Delta U_{\text{уст}}$  є рівень несиметрії напруг по зворотній  $K_2$  та нульовій  $K_0$  послідовності. Причиною виникнення несиметрії напруг є значна кількість та велика потужність однофазних електроприймачів, наявність тягового навантаження, відсутність або недостатній рівень транспозиції ліній електропередач, що призводить до зменшення пропускної здатності трансформаторів та ліній електропередач, викликає додаткові втрати в електричних мережах.

Проблема зниження рівня несиметрії напруг досить широко досліджувалась в роботах І. В. Жежеленко, В. А. Венікова, А. К. Шидловського, В. Г. Кузнєцова, В. І. Соколова, М. С. Левіна., А. Є. Мурадяна, Дрехслера Р. та ін.

Існує багато методів зменшення рівня несиметрії напруг – схемні рішення, застосування симетрувальних установок (несиметричних батарей конденсаторів, симетрувальних трансформаторів, статичних компенсаторів тощо). Однак всі ці методи мають різноманітні недоліки, що стримує їх широке розповсюдження, основний з яких – необхідність значних капіталовкладень в систему електропостачання.

Метою даної статті є запропонування нового методу зниження рівня несиметрії напруг, який би з одного боку, був досить ефективним, а з іншого – не вимагав би значних капіталовкладень.

В останні роки завдяки розвитку силової електроніки створено нові напівпровідникові силові ключі, розраховані на великі значення напруг і струмів [2]. Побудовані на їх основі пристрої РПН мають значно вищу надійність, швидкодію та ремонтпридатність. Використання напівпровідникових ключів дозволяє створити пристрої РПН для модернізації трансформаторів з ПБЗ [3]. Особливістю такого пристрою є те, що він, на відміну від механічного, дозволяє змінювати коефіцієнт

трансформації для кожної з фаз окремо, тим самим знижуючи рівень несиметрії напруги. Цей принцип покладено в основу роботи симетрувального трансформатора.

Але на відміну від симетрувального трансформатора, який призначений перш за все для симетрування напруг, з допомогою силового трансформатора можливе одночасне зниження як відхилення напруги так і зниження рівня несиметрії напруг.

При такому комбінованому регулюванні необхідно обрати такі значення коефіцієнтів трансформації у фазах А, В, С, щоб *одночасно* забезпечити як мінімум відхилення напруги так і мінімум рівня несиметрії напруги. Найбільш доцільно дану задачу розглядати як задачу векторної (багатокритеріальної) оптимізації.

Сформулюємо дану задачу для трансформатора Y/Y-12 (рис. 1). При цьому нехтуємо спадом напруги в трансформаторі, що не буде впливати на загальний підхід до розв'язку задачі, але значно спростить математичні викладки. (Форма задачі буде аналогічною і для трансформаторів Y/Δ-11, Δ/Y-11, Δ/Δ-12 якщо виконати еквівалентне перетворення «трикутник» – «зірка»).

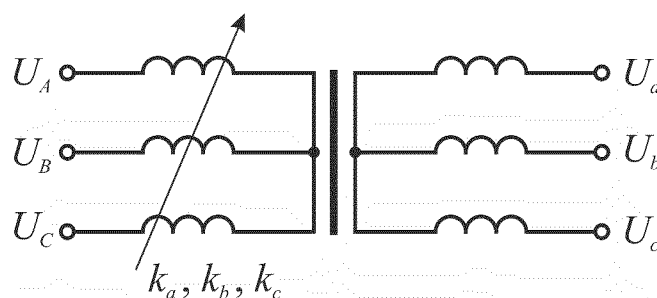


Рисунок 1 – Схема трансформатора Y/Y-12

Таким чином задача векторної оптимізації для схеми на рис. 1 (значення напруг та значення коефіцієнтів трансформації підставляються у відносних одиницях, віднесених до номінальних значень):

$$\begin{cases} Q_1(\mathbf{K}) = |\Delta U_1(\mathbf{K})| = |U_1(\mathbf{K}) - U_{\text{ном}}| \rightarrow \min; \\ Q_2(\mathbf{K}) = U_2(\mathbf{K}) \rightarrow \min; \\ \mathbf{K} \in \Omega; \end{cases} \quad (1)$$

де  $\mathbf{Q}(\mathbf{K}) = (Q_1(\mathbf{K}), Q_2(\mathbf{K}))$  – вектор критеріїв управління;

$\mathbf{K} = (k_a, k_b, k_c)$  – вектор коефіцієнтів трансформації трансформатора у фазах А, В, С (вектор управління);

$U_1(\mathbf{K})$  – напруга прямої послідовності;

$\Delta U_1(\mathbf{K})$  – різниця значень модуля напруги прямої послідовності та номінальної напруги (пропорційний відхиленню напруги);

$U_{\text{ном}}$  – номінальна напруга мережі ( $U_{\text{ном}} = 1$ );

$U_2(\mathbf{K})$  – напруга зворотної послідовності;

$\Omega = \{K \in R^3 | k_{i_{\min}} \leq k_i \leq k_{i_{\max}}, i = a, b, c\}$  – область допустимих значень вектора коефіцієнтів трансформації трансформатора, яка визначається глибиною регулювання коефіцієнта трансформації (допустимий простір управління);

$k_{i_{\min}}, k_{i_{\max}}, i = a, b, c$  – відповідно мінімальне та максимальне значення коефіцієнту трансформації трансформатора для кожної з фаз.

Розв'язок задачі (1) можна отримати в два етапи [4]:

1 етап. Оптимізацією окремих критеріїв визначаються координати утопічної точки  $\mathbf{Q}_{\text{yt}} = (\Delta U_{\text{yt}}, U_{2\text{yt}})$  в просторі критеріїв  $\{\mathbf{Q}\} \subset \mathbb{R}^2$ .

2 етап. Шляхом використання одного з методів звуження парето-оптимальної множини (наприклад, мінімаксного), на основі використання додаткової інформації, знаходяться координати розв'язку  $\mathbf{K}^*$  в просторі управління  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ .

Розглянемо задачу знаходження координат  $\mathbf{Q}_{\text{yt}} = (\Delta U_{\text{yt}}, U_{2\text{yt}})$  утопічної точки.

Для знаходження  $\Delta U_{\text{yt}}$  розв'яжемо задачу:

$$\begin{cases} |\Delta U_1(\mathbf{K})| = |U_1(\mathbf{K}) - U_{\text{ном}}| \rightarrow \min; \\ \mathbf{K} \in \Omega. \end{cases} \quad (2)$$

Запишемо згідно методу симетричних складових вираз для знаходження вектору напруги прямої послідовності  $\underline{U}_1(\mathbf{K})$  для схеми (рис. 1):

$$\underline{U}_1(\mathbf{K}) = \frac{1}{3} \left( \frac{U_A}{k_a} + a \frac{U_B}{k_b} + a^2 \frac{U_C}{k_c} \right); \quad (3)$$

де  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}$  – оператор повороту.

Модуль комплексу  $\underline{U}_1(\mathbf{K})$  будемо шукати у вигляді:

$$U_1(\mathbf{K}) = \sqrt{[\text{Re}\underline{U}_1(\mathbf{K})]^2 + [\text{Im}\underline{U}_1(\mathbf{K})]^2}. \quad (4)$$

Позначимо  $\underline{U}_A = U_{Aa} + jU_{Ap}$ ,  $\underline{U}_B = U_{Ba} + jU_{Bp}$ ,  $\underline{U}_C = U_{Ca} + jU_{Cp}$  і підставивши дані вирази в (3) отримуємо:

$$\underline{U}_1(\mathbf{K}) = \frac{1}{3} \left( \frac{U_{Aa} + jU_{Ap}}{k_a} + \left( -0,5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{U_{Ba} + jU_{Bp}}{k_b} + \left( -0,5 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{U_{Ca} + jU_{Cp}}{k_c} \right). \quad (5)$$

Після алгебраїчних перетворень (5) отримуємо складові рівняння (4):

$$\text{Re}\underline{U}_1(\mathbf{K}) = - \frac{k_a k_b U_{Ca} + k_a k_c U_{Ba} - 2k_b k_c U_{Aa} - \sqrt{3} k_a k_b U_{Cp} + \sqrt{3} k_a k_c U_{Bp}}{6k_a k_b k_c}; \quad (6)$$

$$\text{Im}\underline{U}_1(\mathbf{K}) = - \frac{\sqrt{3} k_a k_b U_{Ca} + \sqrt{3} k_a k_c U_{Ba} + k_a k_b U_{Cp} + 2k_a k_c U_{Bp} - 2k_b k_c U_{Ap}}{6k_a k_b k_c}. \quad (7)$$

Підставивши вирази (6) і (7) в вираз для знаходження  $\Delta U_1(\mathbf{K})$  отримуємо:

$$\begin{aligned} \Delta U_1(\mathbf{K}) = & \sqrt{\left[ - \frac{k_a k_b U_{Ca} + k_a k_c U_{Ba} - 2k_b k_c U_{Aa} - \sqrt{3} k_a k_b U_{Cp} + \sqrt{3} k_a k_c U_{Bp}}{6k_a k_b k_c} \right]^2 +} \\ & + \left[ - \frac{\sqrt{3} k_a k_b U_{Ca} + \sqrt{3} k_a k_c U_{Ba} + k_a k_b U_{Cp} + 2k_a k_c U_{Bp} - 2k_b k_c U_{Ap}}{6k_a k_b k_c} \right]^2} - U_{\text{ном}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Так як дана функція є функцією трьох змінних, то в просторі  $\square^3$  можливо зобразити лише її переріз, взявши одну зі змінних в якості константи. На рис. 2. наведено графік функції  $\Delta U_1(\mathbf{K})|_{k_c=\text{const}}, k_c \in \Omega$ .

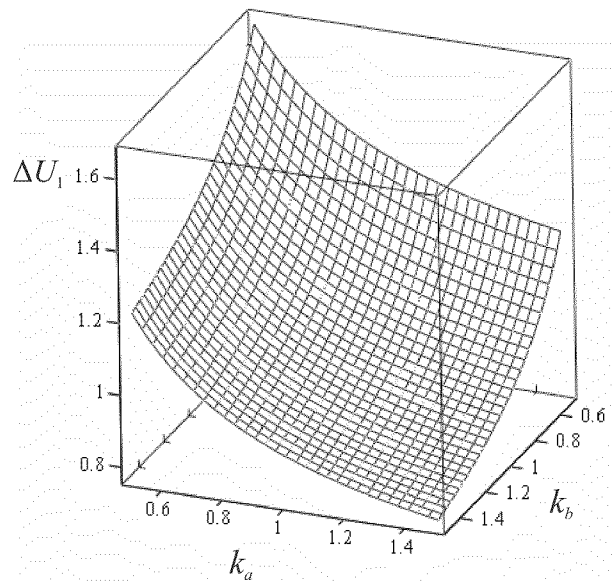


Рисунок 2 – Поверхня  $\Delta U_1(\mathbf{K})|_{k_c=\text{const}}, k_c \in \Omega$

Згідно теореми Больцано-Коши [5] спираючись на монотонність (8) мінімум (2) можна знайти порівнюючи знаки функції  $\Delta U_1(\mathbf{K})$  в точках  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\max}$  і  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\min}$ :

$$\Delta U_{\text{yt}} = \begin{cases} 0, \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\min}) \neq \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\max}); \\ |\Delta U_1(\mathbf{K}_{\min})|, \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\min}) = \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\max}) = -1; \\ |\Delta U_1(\mathbf{K}_{\max})|, \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\min}) = \text{sign } \Delta U_1(\mathbf{K}_{\max}) = 1; \end{cases} \quad (9)$$

де  $\mathbf{K}_{\min} = (k_{a\min}, k_{b\min}, k_{c\min})$ ,  $\mathbf{K}_{\max} = (k_{a\max}, k_{b\max}, k_{c\max})$  – вектори мінімальних і максимальних коефіцієнтів трансформації трансформатора.

Таким чином, (9) являє собою першу координату утопічної точки.

Далі знайдемо аналітичний вираз для знаходження  $U_{2\text{yt}}$ . Для цього необхідно знайти розв'язок задачі:

$$\begin{cases} U_2(\mathbf{K}) \rightarrow \min; \\ \mathbf{K} \in \Omega. \end{cases} \quad (10)$$

Будемо шукати вираз для  $U_2(\mathbf{K})$  у вигляді:

$$U_2(\mathbf{K}) = \sqrt{[\text{Re} \underline{U}_2(\mathbf{K})]^2 + [\text{Im} \underline{U}_2(\mathbf{K})]^2}. \quad (11)$$

Згідно методу симетричних складових зважаючи на раніше введені позначення отримаємо вираз:

$$\begin{aligned} \underline{U}_2(\mathbf{K}) &= \frac{1}{3} \left( \frac{U_A}{k_a} + a^2 \frac{U_B}{k_b} + a \frac{U_C}{k_c} \right) = \\ &= \frac{1}{3} \left( \frac{U_{Aa} + jU_{Ap}}{k_a} + \left( -0,5 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{U_{Ba} + jU_{Bp}}{k_b} + \left( -0,5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{U_{Ca} + jU_{Cp}}{k_c} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Виділивши дійсну та уявну частини виразу (12) та підставивши їх в рівняння (11) отримаємо:

$$\begin{aligned} U_2(\mathbf{K}) &= \sqrt{\left[ \frac{k_a k_b U_{Ca} + k_a k_c U_{Ba} - 2k_b k_c U_{Aa} + \sqrt{3} k_a k_b U_{Cp} - \sqrt{3} k_a k_c U_{Bp}}{6k_a k_b k_c} \right]^2} + \\ &+ \sqrt{\left[ \frac{\sqrt{3} k_a k_c U_{Ba} - \sqrt{3} k_a k_b U_{Ca} + k_a k_b U_{Cp} + k_a k_c U_{Bp} - 2k_b k_c U_{Ap}}{6k_a k_b k_c} \right]^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Зобразимо на координатній площині графік функції  $U_2(\mathbf{K})|_{k_c=\text{const}}$ ,  $k_c \in \Omega$  (рис. 4) скориставшись тими ж міркуваннями, що і при побудові графіка функції  $\Delta U_1(\mathbf{K})$ .

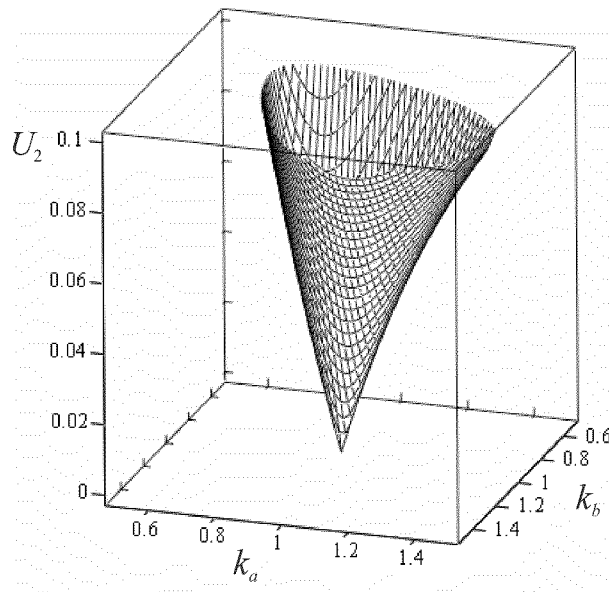


Рисунок 3 – Поверхня  $U_2(\mathbf{K})|_{k_c=\text{const}}$  при  $k_c \in \Omega$

Проаналізувавши вираз (13) можна побачити, що глобальним мінімумом даної функції є нуль ( $\min U_2(\mathbf{K}) = 0$ ). Останній буде досягатись за умов:

$$\begin{cases} k_a k_b U_{Ca} + k_a k_c U_{Ba} - 2k_b k_c U_{Aa} + \sqrt{3} k_a k_b U_{Cp} - \sqrt{3} k_a k_c U_{Bp} = 0; \\ \sqrt{3} k_a k_c U_{Ba} - \sqrt{3} k_a k_b U_{Ca} + k_a k_b U_{Cp} + k_a k_c U_{Bp} - 2k_b k_c U_{Ap} = 0; \\ k_a \neq 0; k_b \neq 0; k_c \neq 0. \end{cases} \quad (14)$$

Умову  $k_a \neq 0; k_b \neq 0; k_c \neq 0$  можна не враховувати, так як величини коефіцієнтів трансформації, що входять в область  $\Omega$  приймають значення більше 0, тобто завжди виконується умови  $k_a > 0, k_b > 0, k_c > 0$ .

Система рівнянь (14) є невизначеною системою двох нелінійних рівнянь з трьома невідомими  $k_a, k_b, k_c$ . Взявши  $k_c$  в якості параметру і розв'язавши дану систему рівнянь отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_a = \frac{U_{Aa}U_{Ba} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ap}U_{Ba} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Aa}U_{Bp} + U_{Ap}U_{Bp}}{U_{Ba}U_{Ca} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Bp}U_{Ca} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ba}U_{Cp} + U_{Bp}U_{Cp}} k_c = ak_c; \\ k_b = \frac{U_{Aa}U_{Ba} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ap}U_{Ba} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Aa}U_{Bp} + U_{Ap}U_{Bp}}{U_{Aa}U_{Ca} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ap}U_{Ca} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Aa}U_{Cp} + U_{Ap}U_{Cp}} k_c = bk_c. \end{array} \right. \quad (15)$$

Вирази (15) описують співвідношення між коефіцієнтами трансформації трансформатора при якому функція  $U_2(\mathbf{K})$  досягає свого глобального мінімуму.

Далі необхідно вирішити питання про знаходження мінімуму функції  $U_2(\mathbf{K})$  враховуючи обмеження  $\mathbf{K} \in \Omega$ . Найдоцільніше це зробити розглянувши геометричну інтерпретацію даної задачі.

Вирази (15) являють собою параметричні рівняння прямої, що проходить через початок координат. Зобразимо її в декартовій системі координат  $k_a Ok_b$  і позначимо  $OE$ . Зважаючи на те, що коефіцієнти трансформації трансформатора у нас приймають тільки позитивні значення, нас буде цікавити лише перший квадрант (рис. 3).

Пряма  $OE$  проходить під кутом  $\alpha$  до осі абсцис:

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \frac{U_{Ba}U_{Ca} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Bp}U_{Ca} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ba}U_{Cp} + U_{Bp}U_{Cp}}{U_{Aa}U_{Ca} + \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Ap}U_{Ca} - \frac{1}{\sqrt{3}}U_{Aa}U_{Cp} + U_{Ap}U_{Cp}}. \quad (16)$$

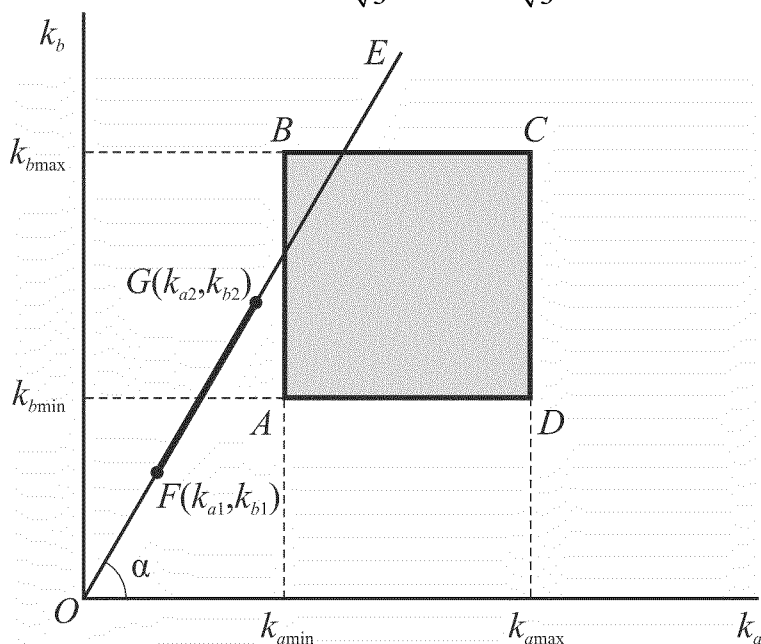


Рисунок 4 – Графічна інтерпретація задачі мінімізації  $U_2(\mathbf{K})$

Область допустимих значень  $k_a \in [k_{a\min}; k_{a\max}]$  і  $k_b \in [k_{b\min}; k_{b\max}]$  в даній координатній площині буде обмежена прямокутником з вершинами в точках  $A(k_{a\min}, k_{b\min})$ ,  $B(k_{a\min}, k_{b\max})$ ,  $C(k_{a\max}, k_{b\max})$ ,  $D(k_{a\max}, k_{b\min})$ . Підставивши в рівняння (15) значення  $k_{c\min}$  і  $k_{c\max}$  ми знайдемо точки  $F(k_{a1}, k_{b1})$  і  $G(k_{a2}, k_{b2})$  які будуть кінцями відрізка, що належить прямій  $OE$  і який являє собою геометричне місце точок, в яких функція  $U_2(\mathbf{K})$  досягає свого глобального мінімуму при умові  $k_c \in [k_{c\min}; k_{c\max}]$ .

Згідно рис. 3 глобальний мінімум  $U_2(\mathbf{K})$  буде лежати всередині області лише в тому випадку, коли хоча б одна з точок відрізка  $FG$  лежить всередині прямокутника  $ABCD$ . Дану умову можна записати у вигляді:

$$\left( \frac{k_{b\min}}{k_{a\max}} < \xi < \frac{k_{b\max}}{k_{a\min}} \right) \wedge \neg \left\{ \left[ (k_{a2} < k_{a\min}) \wedge (k_{b2} < k_{b\max}) \right] \vee \left[ (k_{a1} > k_{a\min}) \wedge (k_{b1} > k_{b\max}) \right] \vee \left[ (k_{a2} < k_{a\max}) \wedge (k_{b2} < k_{b\min}) \right] \vee \left[ (k_{a1} > k_{a\max}) \wedge (k_{b1} > k_{b\min}) \right] \right\}; \quad (17)$$

де  $\xi = \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$  – кутовий коефіцієнт прямої  $OE$ .

Знаходження мінімуму функції  $U_2(\mathbf{K})$  у випадку, коли жодна з точок відрізка  $FG$  не належить області  $ABCD$  є менш очевидним. Як було сказано вище, в такому випадку мінімум необхідно шукати на одній із границь області.

Зважаючи на обмежений об'єм статті наведемо лише кінцевий вираз для знаходження  $U_{2\text{гр}} = \min_{\mathbf{K} \in \Omega} U_2(\mathbf{K})$ :

$$U_{2\text{гр}} = \begin{cases} U_2 \left[ k_{a\min}, \Phi_b(k_{a\min}, k_{c\max}), k_{c\max} \right], (k_{a2} < k_{a\min}) \wedge (k_{b2} < k_{b\min}) \wedge (\xi > 1); \\ U_2 \left[ \Phi_a(k_{b\min}, k_{c\max}), k_{b\min}, k_{c\max} \right], (k_{a2} < k_{a\min}) \wedge (k_{b2} < k_{b\min}) \wedge (\xi \leq 1); \\ U_2 \left[ k_{a\min}, \Phi_b(k_{a\min}, k_{c\max}), k_{c\max} \right], (k_{a2} < k_{a\min}) \wedge (k_{b\min} \leq k_{b2} \leq k_{b\max}); \\ U_2 \left[ \Phi_a(k_{b\min}, k_{c\max}), k_{b\min}, k_{c\max} \right], (k_{b2} < k_{b\min}) \wedge (k_{a\min} \leq k_{a2} \leq k_{a\max}); \\ U_2 \left[ \Phi_a(k_{b\max}, k_{c\min}), k_{b\max}, k_{c\min} \right], (k_{b1} > k_{b\max}) \wedge (k_{a\min} \leq k_{a1} \leq k_{a\max}); \\ U_2 \left[ k_{a\max}, \Phi_b(k_{a\max}, k_{c\min}), k_{c\min} \right], (k_{a1} > k_{a\max}) \wedge (k_{b1} > k_{b\max}) \wedge (\xi > 1); \\ U_2 \left[ \Phi_a(k_{b\max}, k_{c\min}), k_{b\max}, k_{c\min} \right], (k_{a1} > k_{a\max}) \wedge (k_{b1} > k_{b\max}) \wedge (\xi \leq 1); \\ U_2 \left[ k_{a\max}, \Phi_b(k_{a\max}, k_{c\min}), k_{c\min} \right], (k_{a1} > k_{a\max}) \wedge (k_{b\min} \leq k_{b1} \leq k_{b\max}); \\ U_2 \left[ k_{a\min}, k_{b\max}, \Phi_c(k_{a\min}, k_{b\max}) \right], \left( \xi > \frac{k_{b\max}}{k_{a\min}} \right) \wedge \neg \left[ (k_{b2} < k_{b\max}) \vee (k_{a1} > k_{a\min}) \right]; \\ U_2 \left[ k_{a\max}, k_{b\min}, \Phi_c(k_{a\max}, k_{b\min}) \right], \left( \xi > \frac{k_{b\min}}{k_{a\max}} \right) \wedge \neg \left[ (k_{a2} < k_{a\max}) \vee (k_{b1} > k_{b\min}) \right]; \\ 0, \left( \frac{k_{b\min}}{k_{a\max}} \leq \xi \leq \frac{k_{b\max}}{k_{a\min}} \right) \wedge \neg \left\{ \left[ (k_{a2} < k_{a\min}) \wedge (k_{b2} < k_{b\max}) \right] \vee \left[ (k_{a1} > k_{a\min}) \wedge (k_{b1} > k_{b\max}) \right] \vee \left[ (k_{a2} < k_{a\max}) \wedge (k_{b2} < k_{b\min}) \right] \vee \left[ (k_{a1} > k_{a\max}) \wedge (k_{b1} > k_{b\min}) \right] \right\}. \end{cases} \quad (18)$$

де

$$\Phi_a(k_b, k_c) = \frac{2k_b k_c \times}{k_b U_{Aa} U_{Ca} + k_c U_{Aa} U_{Ba} + \sqrt{3}k_b U_{Aa} U_{Cp} - \sqrt{3}k_b U_{Ca} U_{Ap} - \times (U_{Aa}^2 + U_{Ap}^2)}; \\ \frac{-\sqrt{3}k_c U_{Aa} U_{Bp} + \sqrt{3}k_c U_{Ba} U_{Ap} + k_b U_{Ap} U_{Cp} + k_c U_{Ap} U_{Bp}}{2k_a k_c \times}; \\ \Phi_b(k_a, k_c) = \frac{k_a U_{Ba} U_{Ca} + k_c U_{Aa} U_{Ba} - \sqrt{3}k_a U_{Ba} U_{Cp} + \sqrt{3}k_a U_{Ca} U_{Bp} - \times (U_{Ba}^2 + U_{Bp}^2)}{-\sqrt{3}k_c U_{Aa} U_{Bp} + \sqrt{3}k_c U_{Ba} U_{Ap} + k_a U_{Bp} U_{Cp} + k_c U_{Ap} U_{Bp}}; \\ \Phi_c(k_a, k_b) = \frac{2k_a k_b \times}{k_a U_{Ba} U_{Ca} + k_b U_{Aa} U_{Ca} - \sqrt{3}k_a U_{Ba} U_{Cp} + \sqrt{3}k_a U_{Ca} U_{Bp} + \times (U_{Ca}^2 + U_{Cp}^2)}; \\ \frac{+\sqrt{3}k_b U_{Aa} U_{Cp} - \sqrt{3}k_b U_{Ca} U_{Ap} + k_a U_{Bp} U_{Cp} + k_b U_{Ap} U_{Cp}}{2k_a k_b \times};$$

є коренями рівнянь  $\frac{\partial U_2(\mathbf{K})}{\partial k_a} = 0$ ,  $\frac{\partial U_2(\mathbf{K})}{\partial k_b} = 0$ ,  $\frac{\partial U_2(\mathbf{K})}{\partial k_c} = 0$ , відповідно.

Кінцевим етапом розв'язку задачі багатокритеріальної оптимізації є звуження множини парето-оптимальних розв'язків. В нашому випадку скористаємося мінімаксним методом звуження, який модифікуємо для врахування пріоритетності критеріїв управління [6]:

$$\begin{cases} U_2(\mathbf{K}) \rightarrow \min \Rightarrow \mathbf{K}^*; \\ U_{2yt} - U_2(\mathbf{K}) = k_{MM} [\Delta U_{1yt} - \Delta U_1(\mathbf{K})]; \\ \mathbf{K} \in \Omega; \end{cases} \quad (19)$$

де  $\mathbf{K}^*$  – розв'язок задачі (1);

$k_{MM}$  – коефіцієнт пріоритетності, що враховує перевагу одного критерію управління над іншим.

В даному випадку при  $k_{MM} > 1$  більш бажаним є критерій  $Q_1 = \Delta U(\mathbf{K})$ , а при  $k_{MM} < 1$  – критерій  $Q_2 = U_2(\mathbf{K})$ . Величину коефіцієнту  $k_{MM}$  обирають на основі додаткової апріорної інформації про характер навантаження, а також про вимоги до показників якості електричної енергії в даній конкретній мережі. Наприклад при  $k_{MM} = \frac{5}{2}$  із множини парето-оптимальних розв'язків задачі (1) буде обиратися те, яке буде найбільш близьким до вимог ГОСТ 13109-97 стосовно нормально допустимих значень відхилення напруги на шинах споживачів та рівня напруги зворотної послідовності (5 % і 2 % відповідно).

Геометрична інтерпретація звуження парето-оптимальної множини рішень з допомогою мінімаксного наближення (19) зображена на рис. 5.



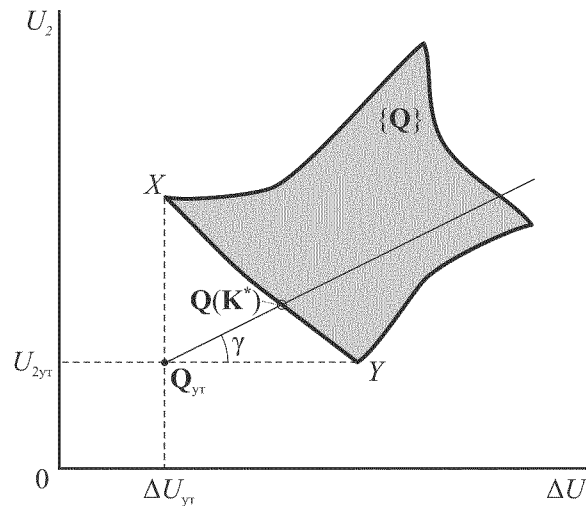


Рисунок 5 – Геометрична інтерпретація мінімаксного звуження парето-оптимальної множини

З рис. 5 видно, що оптимальний розв'язок знаходиться в точці перетину прямої, що виходить з утопічної точки  $Q_{yt}$  під кутом  $\gamma = \arctg k_{MM}$  відносно осі абсцис з кривою  $\overline{XY}$ , якій належать множина точок парето-оптимальних розв'язків задачі (1).

Аналітичний розв'язок задачі скалярної оптимізації (20) є досить складним, тому найбільш доцільно скористатися одним із чисельних методів скалярної оптимізації.

Таким чином в результаті проведеного дослідження:

1. Формалізовано задачу векторного керування пристроєм РПН силового трансформатора з метою одночасного зниження відхилень напруги та рівня несиметрії по зворотній послідовності.

2. Знайдено аналітичні вирази для знаходження координат утопічної точки  $Q_{yt} = (\Delta U_{1yt}, U_{2yt})$  що значно спрощує перший етап задачі векторної оптимізації.

3. Запропоновано модифікацію методу мінімаксного звуження парето-оптимальної множини розв'язків задачі векторної оптимізації, яка дозволяє враховувати пріоритетність кожного з критеріїв управління.

Коротко окреслимо перспективи подальших досліджень.

1. Формалізувати і розв'язати задачу векторного керування для більш складної моделі яка б враховувала:

- наявність напруги нульової послідовності  $U_0$  ( для чотирьохпровідних мереж);
- величину фазної напруги для кожної з фаз, що важливо для низьковольтних мереж, а також для високовольтних мереж, які живлять однофазне навантаження);
- вплив «асиметричного» керування пристроєм РПН трансформатора на рівень струму нульової послідовності в обмотках трансформатора з'єднаних в «трикутник»;

2. Розробити методику оцінки коефіцієнту пріоритетності  $k_{MM}$  в залежності від роду навантаження (однофазне чи трифазне).

3. На основі отриманих залежностей розробити алгоритм керування пристроєм РПН силового трансформатора.

## Список літератури

1. Гриб О.Г. Контроль и регулирование несимметричных режимов в системах электроснабжения: Уч. пособие / Харьков: ХНАГХ, 2004. - 180 с.
2. Галанов В.И. Современные мощные полупроводниковые приборы и их функциональные особенности /Галанов В.И., Шершневу Ю.А., Гуревич М.К., Козлова М.А. // Электротехника. – 1998. № 3. – С. 48–52.
3. Львов І.Ю. Дворівнева система регулювання напруги електротехнічних пристроїв. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук /ВПІ, Вінниця, 2002.– 157 с.

4. Растрингин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами. – М.: Сов. радио, 1980. – 232 с.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: Учебн. для студентов университетов и вузов. В 3 т. Т.1. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 712 с.
6. Нетушил А.В., Балтрушевич А.В., Бурляев В.В. и др. Теория автоматического управления: нелинейные системы, управление при случайных воздействиях: учебник для вузов / Под ред. Нетушила А.В. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1983 – 432 с.

*П. Плешков, В. Зинзура, М. Кубкин*

#### **Теоретические основы оптимального управления устройством РПН силового трансформатора по векторному критерию**

В статье предложен новый подход к решению проблемы повышения качества электрической энергии, который состоит в применении математического аппарата векторной (многокритериальной) оптимизации для пофазного управления бесконтактным устройством РПН силового трансформатора. Данный подход позволит одновременно уменьшать уровень несимметрии напряжения и уровень отклонения напряжения. Получены аналитические выражения для определения координат утопической точки а также предложен метод сужения парето-оптимального множества решений с учетом приоритетности критериев управления.

*P. Pleshkov, V. Zinzura, M. Kubkin*

#### **Theoretical Foundations of Multicriteria Optimal Control of On-load Tap Changer for Power Transformer**

The article offers a new approach to solving the problem of power quality enhancement which lies in the application of mathematical apparatus of multicriteria optimization for phase control of non-contact on-load tap changer for power transformer. The given approach allows reducing the level of non-symmetrical voltage and voltage deviation. Analytic expressions for the determination of utopia point position are received. The method of narrowing the range of Pareto-optimal set solutions taking into account the priority of criteria is offered.

Одержано 05.04.11