

Аналіз методів орієнтації та позиціонування багатокординатних рухомих об'єктів з механізмом паралельної структури

В статті описано дослідження методів орієнтації та позиціонування об'єктів з механізмом паралельної структурою. Зроблено аналіз наукових робіт пов'язаних з використанням різновиду теорії механізмів - теорії гвинтів та кватерніонів, для визначення миттєвих переміщень виконавчого органу пристроїв платформного типу. Наведені переваги та недоліки різних підходів визначення миттєвих значень. Зроблено загальний висновок, що до використання математичного апарату механіки паралельних структур з врахуванням постановки завдання позиційного управління на підставі теорії оптимального управління рухомих об'єктів.

механізм паралельної структури, гексапод, маніпулятор, кінематика, теорія гвинтів, позиційне управління

Вступ. В даний час у машинобудуванні актуальною є задача розробки технологічних машин для виконання механічної обробки поверхонь складної форми. У авіабудуванні необхідні машини для організації різних випробувань динаміки польотів літальних апаратів. Зазвичай для вирішення перерахованих завдань використовуються багатоланкові важільні маніпулятори або гнучкі маніпулятори.

© В.А. Зозуля, С.І. Осадчий, 2011

Серйозним недоліком таких маніпуляторів є їх недостатня жорсткість, ускладнює управління ними, ускладнює використання високоенергетичного обробного інструменту і досягнення високої точності обробки.

Найбільш відомим прикладом механізму з паралельною кінематикою є гексапод чи платформа Стюарта, яка складається з двох пластин, шарнірно з'єднаних шістьма поступальними парами. При зміні довжини цих пар відбувається просторове переміщення верхньої пластини щодо нижньої.

Відзначимо, що механізми з паралельною кінематикою вимагають використання не прямокутного (нелінійного) базису, що породжує такі особливості маніпуляторів такого класу:

- а) анізотропія і неоднорідність динамічних, пружних і швидкісних властивостей маніпулятора;
- б) можливість втрати керованості в деяких конфігураціях маніпулятора;
- в) можливість інтерференції окремих кінематичних ланцюгів маніпулятора, тобто їх зіткнення;
- г) складність завдання рухів маніпулятора в узагальнених координатах, пов'язаних зі ступенями рухливості маніпулятора.

Мета. Дослідження спрямоване на аналіз існуючих методів орієнтації та позиціонування об'єктів з механізмом паралельної структурою, з метою виявлення найбільш придатного для розрошування координат переміщення робочого органу.

Огляд. Сучасна теорія механізмів в усі більшому ступені звертається у своїй методології до апарата теорії гвинтів і гвинтового обчислення. Родоначальником теорії гвинтів є Р. Болл [1]. Першим застосував теорію гвинтів у теорії механізмів Ф.М. Діментберг. Вихідним імпульсом для цього стала книга Д.Н. Зейлігера [2]. Потім Ф.М.

Діментберг звернувся до праць А.П. Котельникова [3]. Надалі він опублікував ряд робіт, присвячених цієї тематиці [4, 5].

Актуальність застосування теорії гвинтів і гвинтового обчислення постійно росла з переходом дослідників від розгляду одноконтурних механізмів з одного ступенем свободи до відкритих кінематичних ланцюгів маніпуляторів і далі до багатоконтурних просторових маніпуляційних механізмів паралельної структури [26]. Важливим завданням, пов'язаною з механізмами паралельної структури, є визначення можливих рухів (у загальному випадку гвинтових) вихідної ланки. Уперше подібне завдання вирішував Роберт Болл, який в 1876 опублікував свій трактат по теорії гвинтів (друге видання вийшло в 1900 р.[1]).

Миттева кінематика послідовних з'єднань добре описується за допомогою теорії гвинтів. При цьому у зв'язку з ускладненістю кінематичної структури пристроїв з паралельним розташуванням приводів (але порівнянню зі структурою послідовних з'єднань) їх дослідженню приділяли менше увагу або навіть взагалі упустили їх з виду.

Вивчення питань миттевої кінематики різних кінематичних структур було вперше розглянуте в роботі [7], де автор ввів визначення миттевої кінематики для послідовних і паралельних з'єднань. Однак у роботі [8], а пізніше в [9] було показано, що введення понять послідовного й паралельного з'єднань недостатньо для визначення відносної свободи двох тіл, з'єднаних між собою пересічними шарнірами.

Для механізмів паралельної структури (М. Мохаммед і Д. Даффі [10]) розглядається застосування теорії гвинтів для дослідження миттевих переміщенні виконавчого органа (платформи) робототехнічного пристрою з повністю паралельним розташуванням приводів. Миттеве переміщення виконавчого органа визначається безпосередньо через повороти в шарнірах, пов'язаних із приводами. Крім того, показано, що поворот, відповідний до миттевого переміщення виконавчого органа, дорівнює сумі окремих поворотів у шарнірах. Окремий поворот визначається як поворот, відповідний до миттевого переміщення виконавчого органа при всіх замкнених приводах, крім одного. Представлені дослідження можуть бути гарною основою для вивчення особливих конфігурацій у пристроях з паралельним розташуванням приводів.

У роботі [11] був представлений новий підхід для визначення миттевих переміщень виконавчого органа пристроїв платформного типу з повністю паралельним розташуванням приводів. Новий підхід полягав в одержанні в явному виді виражень для невідомих скалярних коефіцієнтів, які відповідають обертанням у шарнірах в одній з паралельних ланцюжків, що зв'язують виконавчий пристрій з основою (при цьому використовувалися замкнені рівняння швидкостей).

Надалі цей підхід був розвинений на основі статико-кінематичної аналогії [12]. Апарат замкнених груп гвинтів застосований для структурного аналізу й синтезу просторових механізмів даного класу. Кінематичні ланцюги цих механізмів повинні бути сформовані так, щоб виключити кінцеві некеровані переміщення.

У роботі [13] більш докладно зупинилися на деяких завданнях, розв'язуваних на основі теорії гвинтів. Першим завданням було визначення рухів, що виводять механізм паралельної структури з особливих положень, або, що переводять його в сусідні особливі положення.

З останніх робіт застосування теорії гвинтів для визначення позиціонування механізму паралельної структури є робота [14]. Де гвинт являє собою комплекс, що полягає з векторної та моментної частин $\Phi \equiv (r, r^o) \equiv (x, y, z, x^o, y^o, z^o)$. Причому F є гвинтом тільки у випадку колінеарності r і r^o , інакше, у загальному випадку, Φ є мотором, у такий спосіб гвинт окремий випадок мотора. Механічне значення гвинта двояке: кінематичне й силове.

В роботі [14] було зазначено:

– по перше, найбільш загальний випадок кінцевого переміщення твердого тіла в просторі реалізується при гвинтовому руху, який характеризується віссю, кутом повороту навколо цієї осі й поступальним переміщенням паралельно цієї осі. Якщо переміщення — нескінченно малі, то відповідний гвинт називається кінематичним гвинтом. Якщо переміщення — нескінченне мале, та, відноситься до нескінченно малого проміжку часу, виходить миттєвий гвинт швидкостей, вектор якого кутова швидкість, а момент — поступальна швидкість тіла. Швидкість будь-якої точки тіла є момент гвинта щодо цієї точки. При цьому можливі «кінцеві» (тобто більші) гвинтові рухи тіла, а їх гвинти, що також зображують, які не можна скласти й відняти, якщо вони відбуваються щодо різних осей.

– по друге, найбільш загальна система сил, що діють на тіло, може бути наведена до силового гвинта за правилами приведення системи невільних векторів, якщо вектори зображують сили. Сума всіх сил є вектор гвинта, а момент системи сил щодо якої-небудь точки простору є момент еквівалентного гвинта щодо цієї точки.

На підставі роботи [14] можна зазначити: з розв'язку прямого завдання геометрії механізмів паралельної структури за допомогою алгебри гвинтів (моторів) випливає, що при постановці й розв'язку завдань механіки паралельної структури доцільно використовувати математичний апарат теорії гвинтів і кватерніонів, який дотепер недостатньо застосовувався в робототехніці й дозволяє одноманітно описувати як силові, так і кінематичні характеристики розглянутих механізмів.

У курсах теоретичної механіки і механіки суцільних середовищ вивчаються статичні і динамічні системи. При цьому питання управління такими системами не розглядаються. В той же час і в природі, і в техніці є динамічні системи, забезпечені виконавчими механізмами (двигунами), що дозволяє змінювати позицію (стан) цих систем, тобто управляти ними. Говоритимемо в цьому випадку, що розглядається рух керованого об'єкту, який описується диференціальними рівняннями з функціональним включенням [15]:

$$\dot{y} = f(y, u); \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in W, \quad (2)$$

де y — n -мерний вектор-стовпець координат, що описує стан керованого об'єкту;

u — s -мерний вектор-стовпець дій, що управляють;

$f(y, u)$ — двічі вектор-функція своїх координат, що безперервно диференціюється;

W — функціональна множина, що описує наявні ресурси по управлінню рухом об'єкту.

Фізичний сенс дій, що управляють, може бути різним: це можуть бути сили, що безпосередньо управляють, і моменти, у випадку якщо старанні механізми ідеальні, або сигнали, що управляють, подаються на ці механізми, коли необхідно врахувати їх функціонування. Опис функціональної безлічі W дозволяє представити різноманітні обмеження на управління u , що зустрічаються на практиці, в компактному виді: обмеження на величину або похідну, обмеження на інтеграл або обмеження в середньоквадратичному (по енергії) і так далі.

Будемо розглядувати динамічну систему з кінцевим числом ступенів свободи, яка є голономною і склерономною. Тоді рівняння руху мають вигляд

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

де q_i — узагальнені координати системи;

L — лагранжіан системи, рівний

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}_i^T A(q) \dot{q} - V_0(q),$$

де q — m - мерний вектор узагальнених координат q_i ;

$A(q)$ — матриця, що визначає кінетичну енергію системи;
 $V_0(q)$ — потенційна енергія системи, верхній індекс T означає транспонування.
Нехай $Q_i = C_i(q)r$ — узагальнені сили, де r — s -мерний вектор-стовпець координат, що описують функціонування виконавчих механізмів.

Рівняння функціонування виконавчих механізмів мають вигляд

$$\frac{d^l r_j}{dt^l} = x_j(u_j, r_j, \dots, \frac{d^{l-1} r_j}{dt^{l-1}}), \quad j = 1, 2, \dots, s, \quad (4)$$

де u_j — сигнал $l \geq 1$, що управляє.

Рівняння (3) можна переписати у виді

$$A_i(q)\ddot{q} + \dot{q}^T B_i(q)\dot{q} + V_i(q) = C_i(q)r, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

де $A_i(q)$ — рядки матриці $A(q)$

$$V_i(q) = \frac{\partial V_0(q)}{\partial q_i}, \quad B_i(q) = \left(\frac{\partial A_i^T(q)}{\partial q} - \frac{1}{2} \frac{\partial A(q)}{\partial q_i} \right),$$

— $(m \times m)$ -матриця.

Оскільки матриця $A(q)$ є позитивно визначеною, то систему рівнянь (5) і (4) можна записати у формі Коши (1), де

$$y^T = \left(q^T, \dot{q}^T, r^T, \dots, \frac{d^{l-1} r^T}{dt^{l-1}} \right), \quad n = 2m + sl.$$

Постановка завдання позиційного управління рухом об'єкту (1) (2). Заданий бажаний рух, який надалі називатимемо програмним, $y^n(t)$, $t \in [t_0, t_1]$, $t_0 < t_1 \leq \infty$, і програмне управління $u^n(t)$, реалізуючий цей рух через тотожність

$$\begin{cases} \dot{y}^n(t) \equiv f(y^n(t), u^n(t)), \\ u^n(\cdot) \in W, \quad t \in (t_0, t_1). \end{cases} \quad (6)$$

Сукупність, що складається з трьох елементів $y^n(\cdot)$, $u^n(\cdot)[t_0, t_1]$, називатимемо програмним керованим процесом $\{y^n(\cdot), u^n(\cdot)[t_0, t_1]\}$. При цьому розрізняються три ситуації:

- 1) програмний керований процес заданий в явному виді;
- 2) програмний керований процес заданий в неявному виді, наприклад як рішення екстремальної задачі;
- 3) програмний керований процес невідомий.

Якщо програмний процес заданий в явному виді, то можна розглянути завдання позиційного управління, що полягає в реалізації програмного руху $y^n(t)$. Для того, щоб здійснити цю постановку, необхідно знати відхилення реального руху $y(t)$ від програмного $y^n(t)$. Припустимо, що є m вимірювальних пристроїв, за допомогою яких можна отримати первинну інформацію про реальний рух. Обробивши цю інформацію, можна оцінити поточні відхилення $x(t) = y(t) - y^n(t)$ і побудувати алгоритми формування сигналів, що управляють.

Систему, в якій реалізується інформаційний процес від обробки первинної інформації до передачі сигналів, що управляють, на виконавчий механізми природно назвати *системою управління рухом*. [15]. Визначимо *керовану динамічну систему* (КДС) як сукупність, що складається з об'єкту, що рухається, системи управління рухом цього об'єкту і термінальних елементів (вимірювальних пристроїв і виконавчих механізмів).

Отже, ще до математичної постановки завдання синтезу КДС стає ясною відмінність керованої динамічної системи від некерованої. У разі КДС мають місце два процеси, що взаємно впливають один на одного:

- *механічний процес* — рух керованого об'єкту;
- *інформаційний процес* — процес формування сигналів, що управляють.

Інформаційний процес, що управляє, складається з отримання первинної інформації про рух за допомогою вимірювальних пристроїв, обробки цієї інформації і формування на основі результатів цієї обробки сил, що управляють, і моментів. Здійснюваний таким чином зв'язок між рухом об'єкту і силами, що управляють, і моментами дістала назву *зворотного зв'язку*.

Для постановки завдання позиційного управління обмежимося простою моделлю, що описує отримання первинної інформації z :

$$z = \varphi(y) + \gamma(t), \quad (7)$$

де $\gamma(t)$ — інструментальні погрішності вимірювальних пристроїв.

Якщо $y(t_0) = y^n(t_0)$, то при $u(t) \equiv u^n(t)$ рух об'єкту (1), (2) співпадатиме з програмним. На жаль, майже завжди існують початкові відхилення (збурення) $x(t_0) \neq 0$. Таким чином, має місце наступне завдання позиційного управління: використовуючи первинну інформацію (7), побудувати оператор управління $u = P[z, t]$, що дозволяє зменшити початкові відхилення. Іноді такий оператор управління називають регулятором. Перш ніж переходити до математичної постановки, відмітимо, що математична модель об'єкту, що рухається, і термінальних елементів дана: це рівняння (1), (7) і включення (2). Крім того, даний програмний процес (6).

Більш складна процедура управління виникає у разі, якщо програмне управління та програмний рух об'єкта, що реалізовується за допомогою цього управління, невідомі заздалегідь з тих чи інших причин. Нехай рух керованого об'єкта відбувається на інтервалах часу $[t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \dots$. Відомі функціонали $\chi_k(y(t_k))$, мінімальні значення яких визначають стратегію руху, тобто оптимальний керований процес $\{y^0(\bullet), u^0(\bullet), [t_{k-1}, t_k]\}$. Припустимо для простоти подальших міркувань, що рішення відповідних екстремальних задач існують і єдині. Майже завжди оптимальні управління $u^0(t)$ і руху $y^0(t)$ на практиці знаходяться приблизно. Ці наближені значення і будемо називати програмними управліннями і траєкторіями: $\{y^n(\bullet), u^n(\bullet), [t_{k-1}, t_k]\}$. Програмний керований процес, таким чином, стає відомим, і можна говорити про його реалізацію за допомогою вимірювання реального руху і організації позиційного керування. Будемо формувати управління і як суму програмного та позиційного управління:

$$u = u^n(t) + \tilde{u}(\tilde{x}, t),$$

де \tilde{x} - оцінка відхилення $x = y - y^n$, отримана за допомогою алгоритму оцінювання, що дозволяє обробити первинну інформацію.

Тут координати $\tilde{x}_i(t)$ описують перший рівень управління, координати $y_i^n(t)$ другий рівень управління.

В силу наявності як інструментальних похибок вимірювальних пристроїв (3), так і збурюючих сил і моментів, що діють на об'єкт, на практиці часто виникає саме така ситуація. При цьому замість математичної моделі (1) доводиться розглядати більш складну модель

$$\dot{y} = f(y, u, v), \quad (8)$$

де v - вектор-функція, що описує вплив збурюючих сил і моментів.

Тому на кожному часовому інтервалі $[t_k, t_{k+1}]$, доводиться одночасно вирішувати два завдання [15]:

- а) завдання знаходження програмного керованого процесу;
- б) завдання реалізації програмного руху об'єкта (при цьому використовуються ресурси управління, що залишилися), тобто ми маємо замкнуту КДС з дворівневою системою управління.

Висновки. З аналізу побудови систем позиційного керування механізмів паралельної структури випливає, що при постановці й розв'язку завдань механіки паралельної структури доцільно використовувати не тільки математичний апарат теорії гвинтів і кватерніонів, який застосовувався в робототехніці й дозволяє одноманітно

описувати як силові, так і кінематичні характеристики механізмів, але необхідно розглядати завдання позиційного управління, що полягає в реалізації програмного руху.

Список літератури

1. Ball R.S. A Treatise on the Theory of Screws.-Cambridge: Cambridge University Press, 1900, 544p.
2. Зейлигер Д.Н. Комплексная линейчатая геометрия. М.: Гостехиздат, 1934.- 196 с.
3. Котельников А.П. Винтовое счисление и некоторые приложения его к геометрии и механике. Казань: 1895.- 216 с.
4. Диментберг Ф.М. Теория винтов и ее приложения. М.: Наука, 1978.- 327 с.
5. Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. М.: Наука, 1982.- 336 с.
6. Mohammed M., Duffy J. A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators. / ASME J. Mech., Trans., Autom. Des., 1985, V. 107(2): p. 226-229.
7. Waldron K. J., «The Constraint Analysis of Mechanisms», Journal of Mechanisms, Vol. 2, 1966.- pp. 101 — 114.
8. Davies T. H., and Primrose E. J. F., «An Algebra for the Screw Systems of a Pair of Bodies in a Kinematic Chain», *Proceedings of the Third World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Kupari, Yugoslavia, Paper D-14, 1971.- pp. 199 — 212.
9. Raker J. E-, «On Relative Freedom Between Links in Kinematic Chains with Cross-Jointing», *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 15, 1980.- pp. 397—413.
10. Мохамед (М. G. Mohamed), Даффи (J. Duffy) Непосредственное определение мгновенной кинематики роботов с параллельным расположением приводов (A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators)// Конструирование, № 1985, т. 107, №2.
11. Mohamed M. G., Sanger J., and Duffy J., «Instantaneous Kinematics of Fully-Parallel Devices», *Sixth IFToMM Congress on Theory of Machines and Mechanisms*, New Delhi, Dec. 15-20.- 1983.
12. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991.- 96 с.
13. Применение винтового исчисления в современной теории механизмов В.А. Глазунов, С.Д. Костерева, П.О. Данилин, А.Б. Ласточкин // Вестник научно-технического развития №6 (34), 2010. - С. 12-17.
14. Дамбаев Ж. Г., Гришко Д. В. решение прямой задачи геометрии механизмов параллельной структуры с помощью алгебры винтов (моторов) //Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. ИрГУПС.- 2010.- №4(20) .- С. 24-26
15. Оптимальное управление движением / В. В. Александров, В. Г. Болтянский, С. С. Лемак, Н.А. Парусников, В.М. Тихомиров. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 376 с.

В. Зозуля, С. Осадчий

Анализ методов ориентации и позиционирования многокоординатных подвижных объектов с механизмом параллельной структуры

В статье описано исследование методов ориентации и позиционирования объектов с механизмом параллельной структуры. Сделан анализ научных работ связанных с использованием разновидности теории механизмов - теории винтов и кватернионов, для определения мгновенных перемещений исполнительного органа устройств платформенного типа. Показаны преимущества и недостатки различных подходов определения мгновенных значений. Сделан общий вывод, что использование математического аппарата механики параллельных структур необходимо с учетом постановки задачи позиционного управления на основании теории оптимального управления подвижных объектов.

V. Zozulya, S. Osadchy

Analysis of the methods of orientation and positioning of multi-axis moving objects with a mechanism of parallel structure

This article describes research on methods of orientation and position objects with a mechanism of parallel structure. The analysis of scientific papers related to the use of the theory of varieties of arrangements - the theory of screws and quaternions for the determination of the instantaneous displacement of the executive body of the platform type devices. The advantages and disadvantages of different approaches determine the instantaneous values. The overall conclusion that the use of mathematical tools mechanics of parallel structures

should be based formulation of the problem of positional control based on optimal control theory of moving objects.

Одержано 05.04.11