

Динамика гибких, присоединенных к судну-носителю элементов

Приводится метод численного решения задачи колебания присоединенного гибкого пространственно искривленного манипулятора подводного робота, основанный на совместном применении метода продолжения решения по параметру и метода Ньютона-Канторовича. Описаны способы приложения динамических нагрузок и постановки граничных условий. Приведены результаты решения задачи.

нелинейное пространственное деформирование, численные методы, присоединенный объект

Постановка проблемы. Важнейшим направлением технической реконструкции и дальнейшего развития морских технологий в Украине является совершенствование технологических процессов и технических систем по прорывным направлениям, к числу которых, безусловно, относится подводная робототехника. Создание конкурентоспособного современного робототехнического оборудования немислимо без дальнейшего совершенствования существующих и создания новых видов исполнительных элементов и других механических функциональных устройств.

Анализ последних исследований и публикаций. В последние годы комплексные исследования специалистов-робототехников были связаны скорее с разработкой интеллектуальных систем, чем с принципиальным совершенствованием механической части робототехнического оборудования, что повлекло за собой относительное отставание в области создания исполнительных механических систем, адекватных новым современным задачам. Ведущие специалисты в области робототехники, микро-робототехники и микротехнологий признают, что имеющийся задел в подходах к созданию подсистем для сбора информации (сенсоры) и воздействия на объект (активаторы) является сегодня слабейшим звеном систем управления в электромеханических системах. Это заставляет переосмыслить традиционные подходы к разработке механической части робототехнических систем и активизировать работы по созданию и внедрению принципиально новых механических функциональных устройств, в том числе устройств использующих принцип управляемой упругой деформации [1].

Формулирование целей статьи. Элементы управляемой упругой деформации представляют собой наукоемкие изделия, требующие тщательно обоснованного научного подхода и современных методик расчета и проектирования. Открывшаяся в последние годы возможность создания таких изделий на базе упруго-деформируемых стержневых элементов обязана своим появлением успехам в области механики деформируемого твердого тела и развитием современных численных методов расчета. Для обеспечения требуемых эксплуатационных характеристик в процессе численного моделирования и проектирования элемента проводится своеобразное программирование свойств будущей конструкции, при котором закладывается возможность реализации требуемых нелинейных деформационных процессов, в том числе и динамических.

проектирования элементов упругого деформирования опирается на подход, основанный на математическом моделировании численных расчетов на ЭВМ существенно нелинейных процессов. Алгоритм численного расчета основан на использовании метода продолжения решения по параметру. С помощью разработанной методики, реализованной в виде пакета прикладных программ, проведены исследования ряда перспективных конструкций.

Уравнения динамики формируются с помощью принципа Даламбера включением в разрешающие уравнения, описывающие нелинейное пространственное деформирование [2], сил инерции и проектирования их на оси локального базиса.

Основная часть. Рассмотрим механическую систему, состоящую из твердого тела-носителя (судна) и протяженной присоединенной упругой конструкции. Форма упругой линии такой конструкции может быть от прямолинейной до пространственно криволинейной. Предположим, что движение гибкой конструкции возбуждается кинематически в результате переносного движения по заранее известным характеристикам судна-носителя, с которым эта конструкция связана. Для вывода уравнений движения необходимо к действующим на систему активным силам f_x^a, f_y^a, f_z^a прибавить силы инерции f_x^i, f_y^i, f_z^i и моменты сил инерции m_x^i, m_y^i, m_z^i . Интенсивность инерционных нагрузок вычисляется по формулам $f_x^i = -\gamma a_x, f_y^i = -\gamma a_y, f_z^i = -\gamma a_z$, где γ – погонная плотность присоединенного объекта, a_x, a_y, a_z – ускорения выделенного элемента ds относительно инерционной системы отсчета. Воспользуемся известной формулой Кориолиса $a = a_e + a_r + a_c$, где $a_e = a_0 + \varepsilon \times r + \omega \times (\omega \times r)$ – переносное ускорение; $a_r = \ddot{x}i + \ddot{y}j + \ddot{z}k$ – относительное ускорение; $a_0 = X_0i + Y_0j + Z_0k$ – ускорение центра масс системы; ω, ε – векторы угловой скорости и ускорения судна-носителя в глобальной системе координат; i, j, k – единичные орты системы $Oxyz$; $r = xi + yj + zk$. Кориолисовым ускорением a_c будем пренебрегать, так как его величина незначительна по определению и кроме того точность определения параметров качки судна несоизмерима с ожидаемым значением величины Кориолисова ускорения. Тогда проекции вектора абсолютного ускорения на глобальные оси имеют вид:

$$\begin{aligned} a_x &= \ddot{X}_0 + (\varepsilon_y z - \varepsilon_z y) + [\omega_y \omega_x y - (\omega_y^2 + \omega_z^2)x + \omega_z \omega_x z] + \ddot{x}, \\ a_y &= \ddot{Y}_0 + (\varepsilon_z x - \varepsilon_x z) + [\omega_y \omega_x x - (\omega_x^2 + \omega_z^2)y + \omega_z \omega_y z] + \ddot{y}, \\ a_z &= \ddot{Z}_0 + (\varepsilon_x y - \varepsilon_y x) + [\omega_z \omega_x x - (\omega_y^2 + \omega_x^2)z + \omega_z \omega_y y] + \ddot{z}. \end{aligned}$$

Составляющие m_u, m_v, m_w момента, обусловленного инерцией поворота присоединенного объекта, подсчитываются по формулам:

$$m_u = -\gamma I_u (\varepsilon_u^r + \varepsilon_u^e), \quad m_v = -\gamma I_v (\varepsilon_v^r + \varepsilon_v^e), \quad m_w = -\gamma I_w (\varepsilon_w^r + \varepsilon_w^e),$$

где I – моменты инерции;
 u, v, w – оси подвижного трехгранника.

Подставив полученные соотношения для нагрузок в систему разрешающих уравнений и заменив обыкновенные производные по независимым переменным частными производными, получим разрешающую систему нелинейных уравнений движения. В рамках использованных в данной работе методов исследования математическую модель исследования колебаний можно представить как систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Эти уравнения не

разрешены относительно старших производных по времени. Построение решения такой системы связано со значительными трудностями как теоретического, так и вычислительного характера. Покажем принципиальную возможность такого исследования [3].

Предлагается метод, базирующийся на численной линеаризации уравнений состояния на каждом шаге по времени, метода начальных параметров, метода дискретной ортогонализации и метода Рунге-Кутты четвертого порядка либо метода Эверхарта (для вычислительного процесса имеются стандартные подпрограммы по перечисленным методам). В связи с существенной нелинейностью уравнений состояния и их неразрешенностью относительно старших производных по времени предлагается подход, который позволяет свести задачу к последовательности краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений по пространственной координате s на каждом шаге по времени. При достаточно малом шаге по времени t изменение переменных состояния незначительно, что позволяет использовать известное состояние на данном временном шаге в качестве опорного решения для следующего шага по времени. Данный подход является модификацией метода продолжения решения по параметру, когда в качестве неявно входящего в уравнения состояния параметра является время t .

Для описания методики численного решения задачи о нестационарных колебаниях гибкого элемента, связанного с совершающим какое-либо движение телом, представим систему нелинейных уравнений движения в виде:

$$X' = \Phi(X, \dot{X}, \ddot{X}, \omega(t), \varepsilon(t), \theta(t), \varphi(t), \psi(t), s), \quad (1)$$

где $X(s, t)$ – вектор состояния размерностью $n = 18$;
 Φ – нелинейная вектор-функция той же размерности;
 $\omega(t)$ – вектор угловой скорости тела опирания;
 $\varepsilon(t)$ – вектор углового ускорения тела опирания;
 $\varphi(t), \psi(t), \theta(t)$ – углы Эйлера, описывающие ориентацию связанной системы координат $Oxuz$ относительно системы координат $OXYZ$;
 точка над буквами обозначает дифференцирование по времени t ,
 штрих – по пространственной переменной s .

При программном движении судна-носителя предполагается, что $\varphi(t), \psi(t), \theta(t)$ являются известными функциями времени, а угловая скорость и ускорение определяются через них известными из теоретической механики формулами. Функция $\Delta\ddot{\psi}(s)$ строится численно, тогда

$$\ddot{X}_{n+1}(s) = \frac{2X_{n+1}(s) - 5X_n(s) + 4X_{n-1}(s) - X_{n-2}(s)}{(\Delta t)^2},$$

$$\ddot{X}_n(s) = \frac{2X_n(s) - 5X_{n-1}(s) + 4X_{n-2}(s) - X_{n-3}(s)}{(\Delta t)^2}.$$

Следовательно, приращение функции $\Delta\ddot{X}(s)$ за промежуток времени Δt можно представить в виде:

$$\Delta(s) = \frac{2\Delta X(s)}{(\Delta t)^2} \left[\frac{5X_n(s) - 4X_{n-1}(s) + X_{n-2}(s)}{(\Delta t)^2} - \frac{5X_{n-1}(s) - 4X_{n-2}(s) + X_{n-3}(s)}{(\Delta t)^2} \right]. \quad (2)$$

Слагаемое, выделенное квадратными скобками в выражении (2), представляет собой часть приращения $\Delta\ddot{X}(s)$, вызванного изменением функциональной зависимости. Аналогичным образом можно представить изменение произведения

$\dot{X}(s)\omega$, входящего в выражение для нагрузок (параметр λ), при переходе от момента времени $t = t_n$ к моменту времени $t = t_{n+1} = t_n + \Delta t$.

Линеаризованная краевая задача решается методом начальных параметров с ортогонализацией по Годунову [4], после чего определяется вектор состояния $X_{n+1}(s)$, соответствующий моменту времени $t = t_{n+1}$. Последовательность задач Коши, возникающая при применении метода начальных параметров, решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка либо, когда требуется высокая точность, методом Эверхарта. Аналогично может быть определен вектор состояния $X_{n+2}(s)$ при $t = t_{n+2} = t_n + \Delta t$ и т.д. Данный прием позволяет найти функцию $\Delta\bar{\psi}(s)$, используя нелинейные уравнения движения, и при этом избежать трудоемкой процедуры их аналитической линеаризации. Координаты точек элемента в момент времени $t = -2\Delta t$ найдем, исходя из предположения, что $\ddot{X}(s, -2\Delta t) = \ddot{X}(s, -\Delta t) = \ddot{X}(s, 0)$.

$$\begin{aligned} z(s, -2\Delta t) &= z(s, 0) + 4\omega_0^2 Z_r(\Delta t)^2 \cos\theta - 2(\Delta t)^2 \{ \dot{\omega}_x y - \\ &- \dot{\omega}_y x - [\omega_0^2 x (\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi) - \\ z(s, -2\Delta t) &= z(s, 0) + 4\omega_0^2 Z_r(\Delta t)^2 \cos\theta - 2(\Delta t)^2 \{ \dot{\omega}_x y - \\ &- \dot{\omega}_y x - [\omega_0^2 x (\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi) - \\ &- \omega_0^2 y (\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \cos\theta \cos\varphi)] \cos\psi \sin\theta - \\ &- \omega_0^2 z [(\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi)^2 + \\ &+ (\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \cos\theta \cos\varphi)^2 \} \} \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, получив координаты точек гибкого элемента в моменты времени $t = -\Delta t$ и $t = -2\Delta t$, по соотношениям (3) найдем их скорости и ускорения в начальный момент времени.

Проекции скорости потока, набегающего на элементарный отрезок, обозначим V_x, V_y, V_z . Задаваемые проекции скорости набегающего потока на орты касательной, нормали и бинормали представим в виде:

$$\begin{aligned} V_\tau &= (V_y \cos\varphi_{uw} + V_z \sin\varphi_{uw}) \sin\varphi_{\tau x} + \dot{x}_k \cos\varphi_{\tau x}; \\ V_n &= (V_y \cos\varphi_{uw} + V_z \sin\varphi_{uw}) \sin\varphi_{\tau x} + \dot{x}_k \sin\varphi_{\tau x}; \\ V_b &= -V_y \sin\varphi_{uw} + V_z \cos\varphi_{uw}. \end{aligned}$$

Здесь углы φ_{uw} и $\varphi_{\tau x}$ определяются из соотношений:

$$\varphi_{uw} = \text{arctg} \left(\frac{\partial w / \partial x}{\partial u / \partial x} \right), \quad \varphi_{\tau x} = \text{arctg} \sqrt{(\partial u / \partial x)^2 + (\partial w / \partial x)^2}.$$

Численная реализация описанного метода осуществляется с помощью программы, написанной на синтезе алгоритмических языков ФОРТРАН-90 и СИ⁺⁺. На каждом шаге по времени производится численная линеаризация системы уравнений, после чего решается линеаризованная краевая задача методом начальных параметров с ортогонализацией по Годунову [4]. Возникающая при этом последовательность задач Коши решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Расчетный участок по длине $0 \leq s \leq S$ разбивается на конечное число точек дискретизации, а также на конечное число узлов ортогонализации, в которых матрица фундаментальных решений приводится к

ортонормированному виду. Количество точек дискретизации и узлов ортогонализации обычно совпадают и в конкретных ситуациях имеют разные значения. Шаги дискретизации по времени и по пространству определяются по критерию сходимости вычислений. Сходимость вычислений контролируется по величине невязок, которые, как правило, не превышают 0,2-0,5% правой части исходной системы разрешающих уравнений на каждом шаге по времени. Для выбора оптимального шага методом программирования устанавливается автоматический выбор шага, величина которого ориентируется на невязку.

Покажем реализацию данного подхода на примере решения задачи колебания присоединенного к судну-носителю (СН) гибкого протяженного присоединенного объекта (ПО). Будем считать, что масса СН и масса ПО несоизмеримы, то есть $m_{СН} \gg m_{ПО}$, поэтому один из концов ГПЗ можно считать жестко заземленным, а другой – свободным. Для такого случая принимались следующие граничные условия:

$$\text{при } s = 0, F_u = 0, F_v = 0, F_w = 0, p = p_0, q = q_0, r = r_0;$$

$$\text{при } s = S, \tau_x = \tau_x(0), \tau_y = \tau_y(0), n_z = n_z(0), F_u = 0, F_v = 0, F_w = 0.$$

В общем случае на ПО действует целый комплекс различных нагрузок. Такой нагрузкой может быть и набегающий поток жидкости, действующий под изменяющимся углом к осевой линии ПО. Величина такой нагрузки задается известными соотношениями из гидромеханики. Изменение же угла атаки отслеживается перераспределением значения параметра нагружения λ между трехгранниками $x, y, z,; u, v, w; n, b, \tau$ [2]:

$$F_u = (P_x n_x + P_y n_y + P_z n_z) q / \sqrt{p^2 + q^2} + (P_x b_x + P_y b_y + P_z b_z) p / \sqrt{p^2 + q^2},$$

$$F_v = (P_x n_x + P_y n_y + P_z n_z) p / \sqrt{p^2 + q^2} + (P_x b_x + P_y b_y + P_z b_z) q / \sqrt{p^2 + q^2},$$

$$F_w = P_x \tau_x + P_y \tau_y + P_z \tau_z.$$

Практическая реализация описанного метода решения была осуществлена на примере колебаний жестко заземленного гибкого элемента, нагруженного дискретно периодической нагрузкой λ на каждом шаге интегрирования. При этом принимались следующие физико-геометрические параметры: длина элемента $S=1$ м, жесткости $EI_x = 1,42 \cdot 10^9$ Н·м, $EI_y = 1,42 \cdot 10^9$ Н·м, $GI_p = 1,11 \cdot 10^9$ Н·м.

По результатам численного расчета были получены формы колебаний (рис.1), а также усилия и моменты, возникающие при этом по длине ПО (рис. 2) в ненагруженном (кривые 3) и нагруженном состоянии (кривые 1, 2). На рис. 3 показаны изгибающие моменты в трех состояниях нагружения. Значения усилий и моментов на рисунках указаны в безразмерных величинах.

Следует подчеркнуть, что при решении задачи на любом шаге интегрирования в любом сечении или в агрегатном состоянии возможен визуальный контроль на дисплее необходимых характеристик напряженно-деформированного состояния. Достоверность метода проверена на решении ряда тестовых задач, а также экспериментально [5].

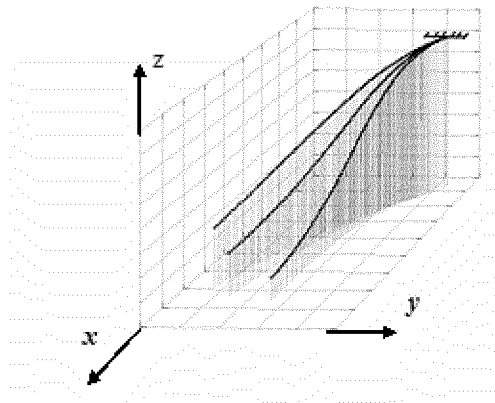


Рисунок 1 – Формы колебаний ПО в проекциях на секущие плоскости

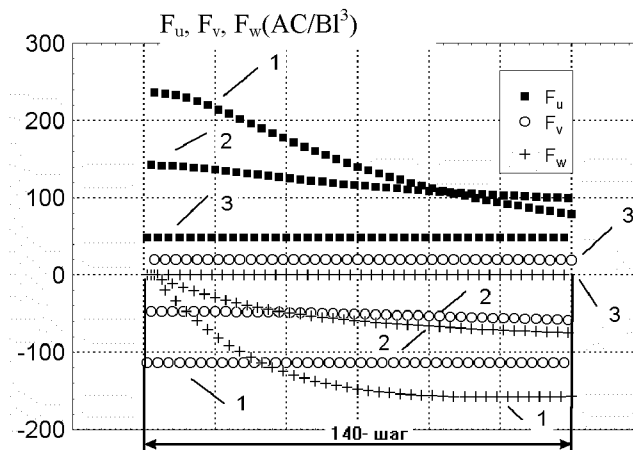


Рисунок 2 – Усилия, возникающие по длине ПО в ненагруженном (кривые 3) и нагруженном состоянии (кривые 1, 2)

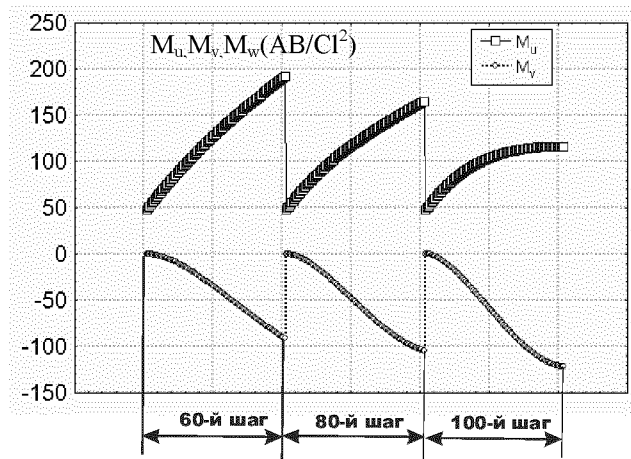


Рисунок 3 – Моменты, возникающие по длине ПО

Выводы. Результаты решения ряда задач упругого деформирования, устойчивости и колебаний гибких присоединенных элементов со сложной пространственной геометрией позволяют сделать вывод, что с помощью разработанного метода можно исследовать изменение форм их упругого равновесия с учетом глубоких нелинейностей, анализировать устойчивость и закритическое поведение, исследовать динамические процессы.

Список литературы

1. Гаврюшин С.С. Нелинейные гибкие элементы в вакуумной технике и технологии. / С.С.Гаврюшин, О.О. Барышникова // Тр. МГТУ им. Н.Э.Баумана. – Москва, 1995. – №568. – С.51-62.
2. Кравцов В.И. Механика гибких глубоководных систем / В.И. Кравцов. – К.: Наук. думка, 1997. – 256 с.
3. Кравцов В.И. Механіка гнучких морських конструкцій / В.И. Кравцов. – К.: Наукова думка, 1999. – 132 с.
4. Бардачев Ю.Н. Определение динамических характеристик привода управляемых неавтономных подводных объектов / Ю.Н. Бардачев, В.И. Кравцов // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексные системы. – 1998. – № 1. – С. 97-105.
5. Гайдайчук В.В. Экспериментально-теоретическое исследование пространственного деформирования гибкого упругого кольца // В.В. Гайдайчук, Э.Ю. Бурменко, В.И. Кравцов, В.Н. Самилев, И.С. Пилишенко. Ред. журн. Прикладная механика. – Киев, 1988. – 19 с. – Библиогр.: С.15-17. – Деп. в УкрНИИТИ 08.09.88, № 2268.

A. Lusik

Динаміка гнучких, приєднаних до судна-носія елементів

Розглянуто метод числового розв'язання задачі коливання приєданого гнучкого просторово викривленого маніпулятора підводного робота, побудований на сумісному застосуванні методу продовження розв'язання по параметру і методу Ньютона-Канторовіча. Описані способи додавання динамічних навантажень і постановки граничних умов. Наведені результати розв'язання задачі.

A. Lysykh

Dynamics of flexible, added to the ship-transmitter elements

The method of numeral decision of problem of fluctuation of the added flexible spatially distorted manipulator of submarine robot, based on joint application of method of continuation of decision on a parameter and the Nyutona-Kantorovich method, is led. The methods of appendix of the dynamic loading and statement of the border conditions are described. The results of decision of problem are resulted.

Одержано 02.06. 2011