УДК 621.311

А.М. Сільвестров, проф., д-р техн. наук, О.М. Скринник, асист., К. В. Уманська, пров. інж.
Національний технічний університет України «Київськійі політехнічний інститут», кафедра теоретичної електротехніки

Метод точної лінеаризації експериментально виміряних нелінійних залежностей

Методика вимірювання параметрів лінеарізованої відносно базового режиму моделі нелінійної динаміки електротехнічних об'єктів, згідно з якою на вхід об'єкта подають такий тестуючий сигнал, за якого забезпечується лінійна незалежність змінних стану лінеарізованої моделі, які реєструються, за відповідної умови близької змінних стану об'єкта і моделі однозначно визначаються зміщенні (внаслідок впливу нелінійності об'єкта) оцінки параметрів лінеарізованої моделі. Метод відрізняється тим, що проводиться два або більше подібних між собою експерименти з різними амплітудами (потужностями) тестуючих сигналів.
лініаризована модель, точність вимірювань, параметри, режими роботи, тестуючі сигнали, нелінійність, високоточна стабілізація, напруга, прогнозування, зележність

Введення. Методика відноситься до електротехнічної галузі, може використовуватися при виконанні натурних випробувань електротехнічних об'єктів (ЕТО) з метою визначення зручної для подальшої автоматизації лінійної моделі ЕТО в задачах автоматичної стабілізації бажаних режимів роботи ЕТО, в задачах діагностики стану ЕТО по параметрам лінеарізованої моделі, прогнозування якості і надійності функціонування ЕТО та інше.

Недоліком відомих способів вимірювання параметрів лінеарізованої моделі реально завжди нелінійної динаміки ЕТО, а також багатьох інших об'єктів (механічних, хімічних, біологічних і будь-яких інших) є те що оцінки їх параметрів визначаються з недостатньою точністю: для більш простої лінійної моделі має місце систематичне

зміщення оцінок внаслідок наближеності моделі, якщо ж зменшити амплітуду тестуючих сигналів, то суттєво зросте співвідношення випадкова похибка – корисний сигнал», що суттєво збільшить випадкову складову оцінок параметрів та вплив неврахованих збурень; для більш складної нелінійної моделі має місце значена випадкова похибка в оцінках її параметрів внаслідок не випуклості або, навіть мультимодальності функціоналу близькості змінних стану моделі і об'єкта, з умови мінімуму якої відшукуються оптимальні оцінки параметрів моделі.

Стан питання В такому методі, образно кажучи, параметри нелінійної моделі, як часткові похідні від вихідних змінних по вихідним, що являють собою тангенс кута нахилу дотичної до нелінійності в точці базового режиму, замінюються, як би відношенням кінцевих приростів відповідних змінних, яке за великих приростів не відповідає шуканій похідній – істинному параметру лінійної моделі.

В основу методики покладено задачу удосконалення способу вимірювання параметрів лінеарізованої моделі нелінійної динаміки електротехнічних та інших об'єктів, в якому шляхом виконання додаткової операції прогнозування зміщених оцінок, отриманих для однотипних режимів різної амплітуди тестуючих сигналів і, відповідно до них різної амплітуди відхилень змінних стану від базового режиму об'єкта, в точку яка відповідає нульовому відхиленню від базового режиму, це забезпечило можливість отримати незміщену оцінку параметрів моделі, лінеарізованої відносно базового режиму, а дисперсію похибки, зменшують шляхом вибору спеціального тестуючого сигналу та збільшення вибірки даних.

Приклад 1. Задача високоточної стабілізації напруги генератора постійного струму (ГПС) в системі автоматичного регулювання по збуренню.

Вихідною змінною ГПС, яка підлягає стабілізації є напруга $U_я$ якоря; збурюючий вплив – струм $I_я$, який змінюється при зміні навантаження ГПС; керуючий вплив напруга $U_з$ кола збудженя струмом $I_з$ магнітного потоку $\Phi(I_з)$.

Рівняння ГПС для базового режиму

$$U_{я0} = E_{я0} - I_{я0} \cdot R_я , \quad (1)$$

де $E_{я0} = Ce\Phi(I_{зо})$,

C_e – константа,

$\Phi(I_з)$ – нелінійна залежність, подібна до основної кривої намагнічення феромагнітного магнітопровода з повітряним зазором. Відповідно $E_я(I_з)$ буде їй подібна. Нехай невідома нелінійна залежність $E\ (I_з)$ в ГПС має наступний вигляд:

$$E_я(I_з) = 200I_з - 20I_з^{\ 3} . \quad (2)$$

Базове значення струму збудження $I_{зо} = 1A$; тестовий сигнал $\Delta I_з$ $\Delta I_з(t) = \Delta_i I_з \mathrm{sign}\ \sin \omega t$, приймає три подібних значення: $\Delta_1 I_з = 0{,}2$; $\Delta_2 I_з = 0{,}4$; $\Delta_3 I_з = 0{,}6$; $\omega = 2\pi/T$, T – період тест-сигналу, достатній для забезпечення усталеного режиму.

Рівняння ГПС в зоні малих відхилень від базового режиму:

$$U_я(I_з, I_я) \cong U_{я0} + \frac{\partial U_я}{\partial I_з}\Big|_{I_{з0}} \Delta I_з + \frac{\partial U_я}{\partial I_я}\Big|_{I_{я0}} \cdot \Delta I_я \ . \quad (3)$$

З урахуванням залежностей (2); (1)

$$\frac{\partial U_я}{\partial I_з}\Big|_{I_{з0}} = \frac{\partial U_я}{\partial I_з}\Big|_{I_{з0}} = 200 - 60\ I_{з0}^{\ 2};\ \frac{\partial U_я}{\partial I_я}\Big|_{I_{я0}} = -R_я \ . \quad (4)$$

Умова незмінності $U_я$ для невеликих відхиленнях $\Delta I_з$ і $\Delta I_я$ набуває вигляду:

$$\beta \Delta I_з = R_я \Delta I_я , \quad (5)$$

де β - невідомий коефіцієнт, точне, невідоме значення якого дорівнює 200-60·1=140. Керування по збуренню $\Delta I_я$, за якого $U_я = U_{я0}$, дорівнює

$$\Delta I_з = \frac{R_я}{\beta} \cdot \Delta I_я \ . \quad (6)$$

Подамо на вхід ГПС тестуючи сигнали (6) і для кожного і-го сигналу по МНК з рівняння

$$\Delta E_{я_i}(K) = \hat{\beta}_i \Delta I_{з_i}(K),\; K = \overline{1,N}, \quad i = 1,2,3\ldots, \tag{7}$$

визначимо МНК оцінку β:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{K=1}^{N} \Delta E_{я_i}(K) \cdot \Delta I_{з_i}(K)}{\sum_{K=1}^{N} \Delta I_{з_i}{}^2(K)}, \tag{8}$$

а саме: для $\Delta_1 I = 0{,}2$, $\hat{\beta}_1 = 139{,}2$; для $\Delta_2 I = 0{,}4$, $\hat{\beta}_2 = 136{,}8$; для $\Delta_3 I = 0{,}6$, $\hat{\beta}_3 = 132{,}8$.

Далі, згідно до запропонованого методу, побудуємо по МНК регресійну залежність $\hat{\beta}(\Delta I_з)$:

$\beta_i(\Delta I_{з\max}) = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta I_{зi} + \alpha_2 \Delta I_{зi}^2$, $i = 1,2,3\text{K}$, де α_0=140; α_1=0; α_2= -20 .

Тобто прогнозне в точку $\Delta I_з = 0$ значення $\beta(0) = \alpha_0 = 140$, співпадає з шуканим невідомим значенням $\frac{\partial U_я}{\partial I_з}\Big|_{I_{з0}}$, а керування (10), з точністю до малих другого порядку ряда (3) забезпечує стабілізацію $U_{я0}$ в зоні відхилень $\Delta I_я$ збурюючого фактора.

<u>Приклад 2</u>. Задача стабілізації швидкості ДПС з незалежним збудженням.

З теорії електричних машин відома залежність швидкості Ω (рад/с) ДПС від керуючого ($I_з$ – струм збудження магнітного потоку Ф) і збурюючого (момент навантаження або пропорційний до нього струм $I_я \cdot$ якоря) сигналу:

$$\Omega(I_з, I_я) = \frac{U_я - I_я \cdot R_я}{C_м \Phi(I_з)}, \tag{9}$$

де $C_м$ – конструктивна стала ДПС; $U_я$ – напруга; $R_я$ – електричний опір якорного кола.

Нехай залежність $C_м \Phi(I_з)$ має наступний вигляд

$$C_м \Phi(I_з) = 2I_з - 0{,}2I_з^3, \tag{10}$$

$U_я = 220\,\text{В}$, $R_я = 0{,}5\,\text{Ом}$; номінальний режим має $I_{з0} = 0{,}5\text{А}$, $I_{я0} = 0{,}5\text{А}$.

В обмеженій області номінального режиму залежність (13) у відхиленнях $\Delta\Omega, \Delta I_з, \Delta I_я$ від номінальних значень $\Delta\Omega_0, I_{з0}, \Delta I_{я0}$ набуває вигляду:

$$\Delta\Omega, (\Delta I_з, \Delta I_я) = \frac{\partial \Omega}{\partial I_з}\Big|_{I_{з0}, I_{я0}} \cdot \Delta I_з + \frac{\partial \Omega}{\partial I_я}\Big|_{I_{з0}, I_{я0}} \cdot \Delta I_я, \tag{11}$$

або, з урахуванням (13), (14) та відповідних числових значень параметрів,

$$\Delta\Omega = \frac{-(U_{яо} - I_{яо} \cdot R_{яо}) \cdot (I_з - 0{,}6 I_{зо}^2) - R_я (2I_{зо} - 0{,}2 I_{зо}^3)^2}{(2I_{зо} - 0{,}2 I_{зо}^3)^2} \cdot \Delta I_я = -412{,}7 \cdot \Delta I_з - 0{,}5128 \cdot \Delta I_я . (12)$$

Швидкість Ω буде стабільною, якщо:

$$\Delta\Omega = -412{,}7 \cdot \Delta I_з - 0{,}5128 \cdot \Delta I_я \cong 0 . \quad (13)$$

Звідси розімкнене керування по збуренню набуває виду:

$$\Delta I_з = -0{,}00124 \cdot \Delta I_я , \quad (14)$$

яке забезпечує стабільність номінальної швидкості Ω_0 ДПС в межах $\Delta I_з, \Delta I_я$, де лінійне рівняння (11) справедливе з точністю до малих другого порядку. Згідно до запропонованого способу, з експерименту на ДПС визначимо залежність $\Delta\Omega(I_з)$ за незмінного $I_{я0}$:

Таблиця. 1 – Залежність швидкості не незмінного збурення

$I_{я0}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Ω	545,93	36,385	274,06	248,57	188,01	163,36	145,23

За даними таблці 1 обчислимо залежність $\frac{\Delta\Omega}{\Delta I_з}$ від $\| \Delta I_з \|$

Таблиця 2 – Залежність $\frac{\Delta\Omega}{\Delta I_з}$ від $\Delta I_з$.

$\Delta I_з$	0	0,2	0,4	0,6
$\frac{\partial\Omega}{\partial I_{зi}}$	-	430,25	500,06	667,83

Тепер по МНК апроксимуємо дані табл. 2 квадратичною параболою:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial I_{зi}} \cong \frac{\Delta_i \Omega}{\Delta_i I_з} = \alpha_0 + \alpha_1 \left| \Delta I_{зi} \right| + \alpha_2 \Delta I_{зi}^2 , \quad (15)$$

де α_0 – шукане значення $\left. \frac{\partial\Omega}{\partial I_з} \right|_{I_{з0}, I_{я0}}$,яке дорівнює точному значенню -412,7– рівняння (12).

За наявності випадкових шумів аналогічний результат, близький до точного, отримаємо шляхом усереднення даних декількох незалежних експериментів.

<u>Приклад 3.</u> Нелінійне диференційне рівняння описує динаміку ДПС:

$$\tau_M \frac{d\Omega}{dt} + \Omega(t) = f(I_з(t)), \quad (16)$$

де τ_M - стала ДПС, а $f(I_з)$ гіпербола:

$$f(I_з) = \frac{\alpha_0}{I_з} . \quad (17)$$

Користуючись запропонованим способом слід визначити коефіцієнти лінеарізованої відносно базового режиму $(\Omega_0, I_{з0}, \frac{d\Omega}{dt}=0)$ моделі ДПС:

$$\beta_0 \frac{d\Delta\Omega}{dt} + \Delta\Omega(t) = \frac{df(Iз)}{dIз}\Big|_{I_{з0}} \cdot \Delta Iз(t), \tag{18}$$

де, враховуючи залежність (17),

$$\frac{df(Iз)}{dIз}\Big|_{I_{з0}} = \frac{\alpha_0}{I_{з0}^2} = \beta_1, \tag{19}$$

тобто рівняння (18) набуває виду:

$$\beta_0 \frac{d\Delta\Omega}{dt} + \Delta\Omega(t) = \beta_1 \Delta I_з(t). \tag{20}$$

Виміри у реальній ситуації зашумлені. Тому для досить малих відхилень $\Delta\Omega$ і $\Delta I_з$ від базового режиму співвідношення «шум-сигнал» буде занадто великим. Та згідно до даного способу, визначимо по МНК змінені оцінки β_0 і β_1 для декількох однотипних відхилень різної, але суттєвої амплітуди. Незміщені оцінки β_0 і β_1 отримаємо шляхом апроксимації по МНК регресійних залежностей зміщених оцінок β_{0i}, β_{1i} від норми ($\Delta I_{зi}$) відхилень $\Delta I_{зi}$:

Нехай $I_{зо} = 0{,}5A$; $\Delta_i I_з$ ступеньки, що приймають значення 0,2 А; 0,3 А; 0,4 А; $\beta_0 = 1$; $\beta_1 = 40$; $\alpha_0 = 10$. Зафіксуємо у часі t_k виміри $\Omega(t_k)$, $\frac{d\Omega(t_k)}{dt}$, $I_{з0} + \Delta_i I_з(t_k)$, $k = 0,1,...N$, $N = 100$, і по МНК для кожного і-го відхилення знайдемо, для рівняння (20) коефіцієнт, наприклад β_{1i} (табл.3)

Таблиця. 3 – Визначення зміщених оцінок для однотипних відхилень

N		1	2	3	4	5
β_{1i}		35	28,5	25,6	22,5	20
$\Delta_i I_з$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\Delta\beta_{1i}$		5	11,5	14,34	17,5	20

Далі по МНК за даними табл. 3 визначимо коефіцієнти регресійної залежності

$$\beta_{1i} = \eta_0 + \eta_1 |\Delta I_{зi}| + \eta_2 \Delta I_{зi}^2, \tag{21}$$

де η_0 буде майже незміщеною оцінкою коефіцієнта β_1 рівняння (20):

$\beta_1 = \frac{10}{0{,}25} = 40$; $\eta_0 \cong ....40{,}9$, похибка 0,9 в кінці η_0 коефіцієнта, однак вона суттєво менше зміщень $\Delta\beta_{1i}$ оцінок β_{1i} (Таблиця 3), отримання по МНК для суттєвих відхилень $\Delta i I_3$, β_1 пов'язана з неточністю апроксимації (21), залежності (19).

За наявністю випадкових шумів у вимірах Щ (t_k) і $I_з(t_k)$ аналогічний результат отримаємо шляхом усереднення даних експерименту.

Список літератури

1. Круг Г.К., Сосулин Ю.А., Фатуев В.А. «Планирование эксперимента в идентификации и электрополяции». М.: Наука, 1977, 150 с.
2. Круг Г.К., Фатуев В.А. «Применение D-оптимальных планов для восстановления характеристик линейных объектов"// Труды МЭИ, вып. 116, 1972, - С. 12-18.

А. Сильвестров, А. Скрынник, Е. Уманская

Метод точной линеаризации экспериментально измеренных нелинейных зависимостей

Методика измерения параметров линеаризованной относительно базового режима модели нелинейной динамики электротехнических объектов, согласно которой на вход объекта подают такой тестирующий сигнал, при котором обеспечивается линейная независимость переменных состояния линеаризованной модели, которые регистрируются, при соответствующем условии близкой переменных состояния объекта и модели, однозначно определяются смещения (в результате влияния нелинейности объекта) оценки параметров линеаризованной модели. Метод отличается тем, что проводится два или больше подобных между собой эксперимента с разными амплитудами (мощностями) тестирующих сигналов.

A. Silvestrov, A. Skrynnik, E. Umanskaya

Метод точной линеаризации экспериментально измеренных нелинейных зависимостей

Methods of measuring the parameters relative to the base of the linear model of the nonlinear dynamics of the regime of electrical facilities, according to which the input object serves a test signal, at which the linear independence of the state variables of the linear models, which are recorded under suitable conditions near the state variables of the object and the models are uniquely determined by the displacement (nonlinearity due to the impact of the object) parameter estimates of the linear model. The method is characterized in that holds two or more mutually similar experiment with different amplitudes (power) testing signals.

Одержано 18.09.12