

## Автоматизація динамічного проектування оптимальних багатовимірних робастних систем стохастичної стабілізації рухомих об'єктів

У статті наведено новий адаптований до вимог застосування у програмно-технічних комплексах автоматизації проектувальних робіт алгоритм синтезу оптимальних багатовимірних робастних систем стохастичної стабілізації руху мобільних об'єктів з довільною динамікою та визначені принципи верифікації його результатів

**багатовимірний, робастний, синтез, стохастична стабілізація, адаптація, оптимальний, спектральна щільність**

Одним з найбільш ефективних шляхів конструювання, створення та впровадження сучасних конкурентноздатних комплексів управління рухом складних рухомих об'єктів, у тому числі з довільною динамікою, є застосування, так званого [1], експериментально-теоретичного методу. Його суть полягає у визначенні оптимальних структур багатовимірних регуляторів шляхом виконання етапів динамічного проектування [2] оптимальних робастних систем управління на основі моделей динаміки об'єкта керування і зовнішніх збурень, які встановлені в результаті структурної ідентифікації за даними натурних випробувань

Особлива складність на шляху реалізації такого підходу виникає при створенні систем стабілізації руху об'єктів з довільною динамікою, які мають найвищу точність в реальних умовах функціонування. Причина складності пов'язана перш за все з

---

© С.І. Осадчий, 2010

необхідністю вирішення задач синтезу структури оптимальної багатовимірної системи стабілізації у стохастичній постановці.

Розробка сучасних програмно-технічних комплексів виконання етапів динамічного проектування систем стабілізації, зазначеного вище класу, повинна забезпечити можливість автоматизації створення такої науково обґрунтованої технічної пропозиції, яка зводить остаточне конструювання системи управління (стабілізації) до найкращої реалізації отриманих оптимальних структур (законів керування) багатовимірних регуляторів.

Рівень якості процесу стабілізації, який може бути досягнуто в оптимальній системі, залежить від багатьох факторів [3], головними серед яких є особливості динаміки об'єкта управління і умов його функціонування, клас обраного алгоритму синтезу та спосіб його програмної реалізації.

Таким чином, обґрунтування вибору базового алгоритму синтезу оптимальних структур систем стохастичної стабілізації рухомих об'єктів з довільною динамікою та адаптація обраного алгоритму до умов його застосування у програмно-технічному комплексі проектування системи є актуальною задачею.

Аналіз сучасного стану технічної кібернетики, результати якого представлені в роботі [4], показує, що в разі створення програмно-технічного комплексу динамічного проектування оптимальних систем стохастичної стабілізації багатовимірних рухомих об'єктів з довільною динамікою (стійкі, нестійкі, не мінімально фазові) в умовах

багатовимірних стаціонарних впливів ефективний метод синтезу їх оптимальних структур слід шукати в роботах [2, 3, 5-7 та ін.].

Порівняльний аналіз якості оптимальних систем, синтезованих в рамках часових та частотних методів, показує, що навіть у стаціонарному випадку значення показників якості можуть відрізнятися. Наприклад, в роботі [8] доведено, що в разі лінійного об'єкта управління, на входах якого діють центровані стаціонарні випадкові процеси типу „білий шум”, оптимальні системи синтезовані на основі вінеровських та калмановських підходів мають однакову якість. В той же час, відомий результат [10], де показана можливість значного погіршення якості оптимальної замкненої системи, синтезованої у просторі станів, відносно системи, синтезованої у частотній області, якщо динаміка зовнішніх впливів відрізняється від білого шуму, а система не є повністю керованою та спостережуваною.

Характерною особливістю таких розповсюджених рухомих об'єктів з довільною динамікою як зернозбиральні комбайни, обладнані гідротрансмiсіями з пропорційним керуванням, впродовж руху по полю, вертольоти у режимах висіння, суперкавітаційні підводні об'єкти у маршовому режимі, є дія на входах систем їх управління багатовимірних стаціонарних випадкових збурень і шумів з обмеженою потужністю в реальних експлуатаційних умовах

Отже, ефективним для проектування системи стабілізації в подальшому можна вважати лише такий метод синтезу оптимальних багатовимірних систем стохастичної стабілізації, який, по-перше, використовує лінеаризовану модель об'єкта управління, по-друге, допускає дію багатовимірних центрованих кольорових стаціонарних випадкових зовнішніх впливів, по-третє, використовує квадратичний критерій якості, який дає можливість враховувати точність процесів стабілізації, енергетичні ресурси на управління та робастну чутливість замкнутої системи, по-четверте, запобігає можливості зменшення точності стабілізації в реальних експлуатаційних умовах.

Стаття спрямована на створення алгоритмічного забезпечення програмно-технічного комплексу динамічного проектування оптимальних багатовимірних систем стохастичної стабілізації рухомих об'єктів з довільною динамікою, шляхом обґрунтування вибору базового алгоритму синтезу оптимальних структур зазначених

систем та його адаптації до використання в умовах обмеженої розрядної сітки комп'ютера з можливістю верифікації результатів.

Вимогам, представленим вище, відповідає новий метод синтезу оптимальних робастних систем стабілізації викладений у роботі [3], який доцільно прийняти за базовий для визначення оптимальної структури стохастичної системи стабілізації рухомого об'єкта з довільною динамікою. Обраний метод виник як наслідок сучасної постановки задачі синтезу високоточної багатовимірної системи стабілізації та враховує можливу довільність у динаміці об'єкта і стохастичний характер зовнішніх та внутрішніх збурень.

Базовий алгоритм синтезу обґрунтовано у роботі [3], де на основі обраного методу була поставлена та вирішена задача синтезу оптимальних робастних систем стабілізації. Її постановка зводиться до наступного.

Припустимо, що задана структурна схема системи стабілізації (рис.1), до прямого зв'язку якої увімкнено багатовимірний об'єкт стабілізації з відомою динамікою, а до зворотного зв'язку входить регулятор з невідомою матрицею передаточних функцій  $W$ . Вектор вихідних координат  $x$  має розмірність  $n$  та вимірюється з шумами  $\varphi$ .

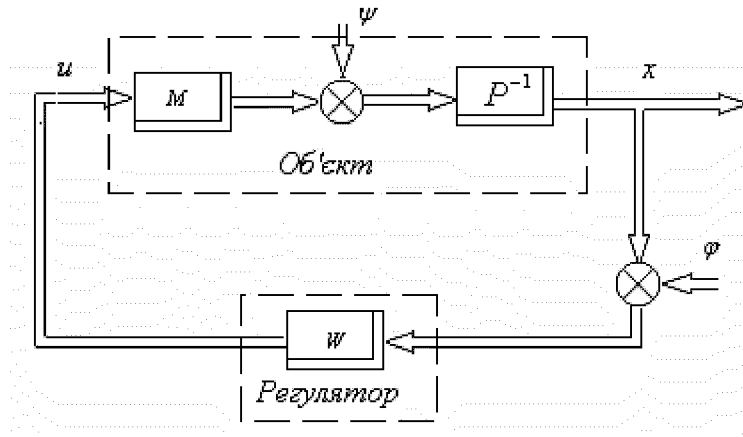


Рисунок 1 – Структурна схема ситеми стабілізації

Нехай рух об'єкта стабілізації описує система звичайних диференційних рівнянь

$$P \dot{x} = M u + \psi, \quad (1)$$

перетворена за Лапласом при нульових початкових умовах, де  $u$  –  $m$ -вимірний вектор сигналів управління;  $P$  – задана поліноміальна матриця комплексного аргументу розміру  $n \times n$ , визначник якої може мати нулі, розташовані у ППП комплексної змінної,  $M$  – відома поліноміальна матриця розміру  $n \times m$ , а динаміка  $n$ -вимірних векторів стаціонарних випадкових збурень  $\psi$  та шумів вимірювання  $\varphi$  задана матрицями спектральних щільностей  $S_{\psi\psi}$  і  $S_{\varphi\varphi}$ . Вважаються відомими і матриці взаємних спектральних щільностей збурення та завади  $S_{\psi\varphi}$  і  $S_{\varphi\psi}$ . За аналогією з роботою [3] можливо ввести функцію чутливості  $\theta$ , а також вектори  $\psi_0$ ,  $\zeta$  і  $\xi$

$$\psi_0 = (\psi' \ \varphi'); \quad \zeta = (E_n \ P)\psi_0; \quad \xi = \theta \cdot \zeta, \quad (2)$$

причому функція чутливості  $\theta$  має дорівнювати

$$\theta = F_x^\psi P, \quad (3)$$

де  $F_x^\psi$  – матриця передаточних функцій замкненої системи стабілізації від збурення  $\psi$  до вектора вихідних координат  $x$ .

У відповідності до методу можливо [3] встановити зв'язок між вектором узагальнених збурень  $\psi_0$  та векторами  $u$  і  $x$  системи з допомогою рівнянь

$$x = F_1 \psi_0 = [F_x^\psi (E_n \ P) - (O_n \ E_n)] \psi_0; \quad u = F_2 \psi_0 = F_u^\psi (E_n \ P) \psi_0, \quad (4)$$

в яких  $F_1$  і  $F_2$  – матриці передаточних функцій замкнутої системи від узагальненого вектора збурень  $\psi_0$  до векторів сигналів  $x$  і  $u$  відповідно;  $F_u^\psi$  – матриця передаточних функцій замкненої системи від входу  $\psi$  до виходу регулятора  $u$ .

Як відомо [3], матриці  $F_x^\psi$  і  $F_u^\psi$  пов'язані між собою рівнянням

$$P F_x^\psi - M F_u^\psi = E_n, \quad (5)$$

в той же час, структура та параметри даних матриць залежать [5] від динаміки об'єкта та регулятора як

$$F_u^\psi = W (P - MW)^{-1} \text{ та } F_x^\psi = (P - MW)^{-1}. \quad (5)$$

Функціонал якості системи стабілізації, що необхідно синтезувати, у часовій області має вигляд [2]

$$e = \langle x' R x \rangle + \langle u' C u \rangle + \langle \xi' \Lambda \xi \rangle + \langle \zeta' \Lambda \zeta \rangle,$$

а у частотній

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [S'_{xx} R + S'_{uu} C + \theta S'_{\zeta\zeta} \Lambda + \Lambda S'_{\zeta\zeta} \theta_*] \cdot ds, \quad (6)$$

де  $S_{xx}$ ,  $S_{uu}$ ,  $S_{\zeta\zeta}$  – матриці спектральних щільностей векторів сигналів  $x$ ,  $u$  і  $\zeta$  відповідно;

$R$ ,  $C$ ,  $\Lambda$  – вагові невід’ємно-визначені поліноміальні матриці комплексного аргументу  $s=j\omega$ ;

$\langle \rangle$  - знак математичного очікування;  $j$  - комплексна одиниця.

Задача полягає у тому, щоб вибором структури та параметрів матриці передаточних функцій  $F_u^\psi$  забезпечити стійкість замкнутої системи „об’єкт-регулятор” та доставити мінімум функціоналу якості (6).

Рішення поставленої задачі, отримане в [3] на основі методу Вінера-Колмогорова мінімізації функціоналу (6) на класі фізично реалізуємих та стійких матриць варійованих передаточних функцій, дозволило визначити алгоритм пошуку матриці передаточних функцій оптимального регулятора  $W$ . У відповідності з даним алгоритмом шукана матриця передаточних функцій може бути знайдена, якщо відомі  $F_x^\psi$  і  $F_u^\psi$ . Тоді вираз для знаходження матриці  $W$  з урахуванням співвідношень (5) можливо записати у вигляді

$$W = F_u^\psi (F_x^\psi)^{-1}. \quad (7)$$

У свою чергу, оптимальні фізично реалізуємі матриці  $F_u^\psi$  і  $F_x^\psi$  повністю та однозначно визначаються формулами

$$F_u^\psi = B_* \Phi + A, \quad (8)$$

$$F_x^\psi = N \Phi + P^{-1} (M A + E_n), \quad (9)$$

де  $B_*$  - поліноміальна матриця, яка повинна бути отримана в результаті правостороннього видалення нестійких полісів [10] наступного добутку:

$$P^{-1} M = N B_*^{-1}, \quad (10)$$

$N$  – матриця передаточних функцій, усі полюси якої знаходяться тільки у ЛПП комплексної змінної;  $A$  - поліноміальна матриця визначена в результаті вирішення рівняння

$$[P^{-1} M A] = -P^{-1}, \quad (11)$$

в якому  $P^{-1}$  - нестійкий результат сепарації (розщеплення) [5, 7] матриці  $P^{-1}$ ;  $\Phi$  – фізично-реалізуєма матриця варійованих передаточних функцій, що доставляє мінімум функціоналу (6), та визначається згідно роботи [3] співвідношенням

$$\Phi = -\Gamma^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (12)$$

З цієї формули видно, що для визначення  $\Phi$  необхідно знайти матриці передаточних функцій  $\Gamma$ ,  $D$  і  $T_0 + T_+$ . Пошук  $\Gamma$  і  $D$  повинен відбуватися в результаті виконання факторизації ліворуч та праворуч ( за визначенням з [11]) матриць

$$D D_* = (E_n \quad P) S'_{\psi_0 \psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} = S'_{\zeta\zeta}, \quad (13)$$

$$\Gamma_* \Gamma = B (M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C) B_*, \quad (14)$$

а матриця  $T_0 + T_+$  може бути знайдена на основі сепарації [5, 7] виразу

$$T = T_0 + T_+ + T_- = G^{-1} B [M_* P_*^{-1} R P^{-1} (M A + E_n) D + C A D - M_* P_*^{-1} R (S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\varphi} P_*) D_*^{-1} + M_* P_*^{-1} \Lambda S'_{\zeta\zeta} P_* D_*^{-1}] \quad (15)$$

причому  $D$  і  $G$  - дробово-раціональні матриці, аналітичні разом з оберненими у ППП комплексної змінної,  $T_0$  - поліноміальна матриця,  $T_+$  - матриця, усі елементи якої правильні дроби з полюсами тільки у ЛПП,  $T_-$  - дробово-раціональна матриця з полюсами, що розташовані тільки у ППП.

Якість оптимальної системи оцінюється в результаті обчислення значення функціонала (6), який з урахуванням (2)-(4) і (8)-(15) після деяких перетворень може бути представлений у вигляді

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [(T_0 + T_+)_* (T_0 + T_+) + (T_0 + T_+)_* T + T_* (T_0 + T_+) + \Sigma] ds, \quad (16)$$

де

$$\begin{aligned} \Sigma = & (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} R P^{-1} (M A + E_n) S'_{\zeta\zeta} + A_* C A S'_{\zeta\zeta} + R S'_{\varphi\varphi} - \\ & - (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} R (S'_{\psi\varphi} + S'_{\varphi\varphi} P_*) - (S'_{\psi\varphi} + P S'_{\varphi\varphi}) R P^{-1} (M A + E_n) + \\ & + P^{-1} (M A + E_n) P S'_{\zeta\zeta} \Lambda + \Lambda S'_{\zeta\zeta} P_* (A_* M_* + E_n) P_*^{-1}. \end{aligned}$$

Вагові матриці  $R$ ,  $C$  та  $\Lambda$  необхідні для застосування базового методу синтезу на практиці можуть бути визначені з урахуванням фізичного змісту складових критерію якості, вагу яких вони визначають, та на основі методик викладених в роботах [3, 5].

Представлений метод синтезу відрізняється від відомих аналогів наявністю двох додаткових складових у функціоналі якості (6) (добутки з ваговою матрицею  $\Lambda$ ), які обмежують чутливість оптимальної системи до параметричних збурень, що можуть виникати, наприклад, внаслідок недосконалостей ідентифікації математичної моделі об'єкта досліджень.

Підвищення ефективності числової реалізації алгоритму синтезу (7)-(15), отриманого на основі обраного базового методу, вимагає, по-перше, ретельного підходу до аналізу структури матриць  $M$ ,  $P$ ,  $S_{\psi\varphi}$ ,  $S_{\varphi\varphi}$ ,  $S_{\psi\psi}$  і  $S_{\varphi\psi}$  з метою їх коректного редукування [12], по-друге, виконання комплексу робіт з алгоритмічного та програмного забезпечення розрахунків з можливістю аналізу, фізичної оцінки, верифікації та корекції результатів.

Адаптація базового алгоритму до умов використання у програмно-технічному комплексі.

Реалізація базового алгоритму синтезу у вигляді пакета прикладних програм вимагає обґрунтування набору спеціальних обчислювальних процедур, які зменшують втрати точності при виконанні математичних операцій з дробово-раціональними матрицями. Як показали обчислювальні експерименти, основними джерелами виникнення погрешностей обчислень при застосуванні такого класу алгоритмів синтезу систем стохастичної стабілізації є: складання чисел, які відрізняються на декілька порядків, віднімання близьких чисел, похибки оцінювання коренів поліномів, чутливість значень кратних коренів до малих варіацій коефіцієнтів поліномів та невпорядковане чергування операцій складання та віднімання при множенні поліноміальних або дробово-раціональних матриць.

Таким чином, виникає задача адаптації базового алгоритму синтезу до умов чисельних методів обчислень з фіксованою довжиною розрядної сітки. Вона полягає у такій перебудові рівнянь (7)-(15), щоб звести до мінімуму вплив вказаних вище джерел неточностей на результати обчислень. Головна ідея даної модифікації базового алгоритму синтезу полягає у заміні усіх дій з дробово-раціональними елементами діями з поліномами, виключені можливості виникнення віднімання близьких

поліноміальних матриць та запобіганні зростанню порядків поліномів чисельників та знаменників елементів матриць.

Для вирішенні цієї задачі прийемо до розгляду нову дробово-раціональну матрицю  $Q$ , яка знаходиться при відомій з виразу (11) поліноміальній матриці  $A$  наступним чином

$$Q = P^{-1}MA. \quad (17)$$

У разі, коли в результаті вінеровської операції сепарації, застосованої до матриць  $P^{-1}$  та  $Q$ , знайдені суми

$$P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}, \quad (18)$$

$$Q = Q_0 + Q_+ + Q_-, \quad (19)$$

де  $P_+^{-1}$ ,  $Q_+$  - матриці, усі елементи яких правильні дроби з аналітичними у ППП полюсами;

$P_-^{-1}$ ,  $Q_-$  - матриці, усі елементи яких правильні дроби з аналітичними у ЛПП полюсами;

$Q_0$  – поліноміальна матриця – результат ділення поліномів-чисельників матриці (17) на відповідні знаменники, то з рівняння (11) випливає, що

$$Q_- = -P_-^{-1}. \quad (20)$$

Якщо в результаті застосування до матриць  $N$  з формули (10) та  $\Phi$  зі співвідношення (12) операції однобічного видалення полюсів [10], вони представлені у вигляді одного з наступних добутків

$$N = N_1 \cdot N_{10}^{-1} = N_{20}^{-1}N_2, \quad \Phi = \Phi_0 \Phi_{10}^{-1}, \quad (21)$$

де  $N_1, N_2$  – поліноміальні матриці розміру  $n \times m$ ;

$N_{10}, N_{20}$  – діагональні поліноміальні матриці

$\Phi_{10}$  – діагональна матриця розміру  $n \times n$  з поліномами на головній діагоналі, то матриці  $Q_0 + Q_+$  та  $P_+^{-1}$ , визначені з алгоритмів (18), (19) на основі лівостороннього видалення полюсів з урахуванням виразів (10) і (17), можуть бути переписані у вигляді

$$Q_0 + Q_+ = N_{20}^{-1}G_0, \quad (22)$$

$$P_+^{-1} = N_{20}^{-1}G_1, \quad (23)$$

такому, що  $G_0, G_1$  – поліноміальні матриці розмірності  $n \times n$ .

В такому разі, алгоритм заходження матриці передаточних функцій оптимальної замкненої системи  $F_u^\Psi$  з виразу (8) перетворюється на

$$F_u^\Psi = (B_*\Phi_0 + A\Phi_{10})\Phi_{10}^{-1} = F_{u0}\Phi_{10}^{-1}. \quad (24)$$

Модифікація рівняння (9) може бути легко здійснена в результаті наступного його представлення

$$F_x^\Psi = N\Phi + P^{-1}MA + P^{-1}. \quad (25)$$

Після підстановки виразів (17)-(23) до співвідношення (25) останнє набуває вигляду, який відповідає умовам задачі,

$$F_x^\Psi = N_{20}^{-1}(N_2\Phi_0 + G_0\Phi_{10} + G_1\Phi_{10})\Phi_{10}^{-1} = N_{20}^{-1}F_{x0}\Phi_{10}^{-1}. \quad (26)$$

У результаті підстановки виразів (24), (26) у алгоритм (7) структура та параметри шуканого оптимального багатовимірнього регулятора визначаються як

$$W = (B_*\Phi_0 + A\Phi_{10})(N_2\Phi_0 + G_0\Phi_{10} + G_1\Phi_{10})^{-1}N_{20} = F_{u0}F_{x0}^{-1}N_{20}. \quad (27)$$

Для формування матриць  $\Phi_0$  і  $\Phi_{10}$  необхідно знайти матрицю варіюваних

передаточних функцій  $\Phi$  зі співвідношення (12).

Матриця  $\Gamma$ , яка входить до виразу (12), знаходиться у результаті факторизації суми у правій частині рівняння (14), яка, з урахуванням поліноміальності матриць  $B$ ,  $C$ ,  $R$  та співвідношення (21), перетворюється на

$$\Gamma_* \Gamma = N_{10}^{-1} (N_{1*} R N_1 + N_{10*} B C B_* N_{10}) N_{10}^{-1},$$

де вираз у дужках є невід'ємно визначеною поліноміальною матрицею. Якщо позначити результат її факторизації ліворуч як  $\Gamma_0$ , то

$$\Gamma_* \Gamma = N_{10}^{-1} \Gamma_{0*} \Gamma_0 N_{10}^{-1}. \quad (28)$$

Оскільки матриця  $N_{10}$  разом з оберненою є аналітичною у ППП комплексної змінної  $s$  за визначенням, то

$$\Gamma = \Gamma_0 N_{10}^{-1}, \quad \Gamma^{-1} = N_{10} \Gamma_0^{-1}, \quad \Gamma_*^{-1} = \Gamma_{0*}^{-1} N_{10*}.$$

Для зменшення порядків поліномів чисельників та знаменників дробово-раціональної матриці  $T$  перед сепарацією, у результаті розкриття дужок та прийняття до уваги співвідношень (18)-(21) праву частину рівняння (15) представимо у вигляді

$$T = \sum_{i=1}^6 T_i, \quad (29)$$

де

$$T_1 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} R N_{20}^{-1} G_0 D, \quad T_2 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} R N_{20}^{-1} G_1 D, \quad T_3 = \Gamma_*^{-1} B C A D,$$

$$T_4 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} R S'_{\Psi\Phi} D_*^{-1}, \quad T_5 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} R S'_{\Phi\Phi} P_* D_*^{-1}, \quad T_6 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} \Lambda S'_{\zeta\zeta} P_* D_*^{-1}.$$

Якщо здійснити сепарацію кожного з доданків  $T_i$ , то

$$T_i = T_{i0} + T_{i+} + T_{i-} \quad \forall i \in (1,6), \quad (30)$$

а загальний результат сепарації може бути знайдено з формул

$$T_0 = \sum_{i=1}^6 T_{i0}; \quad T_+ = \sum_{i=1}^6 T_{i+}; \quad T_- = \sum_{i=1}^6 T_{i-}. \quad (31)$$

Таким чином, здійснена модифікація базового алгоритму синтезу оптимальних багатовимірних стохастичних систем стабілізації, яка зводить дії з дробово-раціональними матрицями до операцій з поліноміальними та враховує аналітично виконання умов (10) і (20), а також отримано алгоритм адаптований до реалізації у програмно-технічному комплексі синтезу оптимальних багатовимірних систем стабілізації рухомих об'єктів з довільною динамікою.

Принципи верифікації результатів динамічного проектування

Аналіз особливостей адаптованого алгоритму вирішення задачі синтезу: оптимальних робастних систем стохастичної стабілізації, наведеного вище, показав, що для забезпечення гарантії відсутності катастрофічної втрати точності при розрахунках необхідно здійснювати верифікацію результатів факторизації поліноміальних матриць ліворуч та праворуч, сепарації дробово-раціональних матриць, обертання поліноміальних матриць та пошуку оптимальних матриць передаточних функцій замкненої системи „об'єкт-регулятор” від вектора збурень до вектора вихідних координат  $F_x^\Psi$  та від вектора збурень до вектора сигналів керування  $F_u^\Psi$ .

Таку перевірку результатів розрахунків доцільно здійснювати на основі порівняння істинного значення відповідної матриці та значення, отриманого на основі перевірочних розрахунків, мета яких полягає у відтворенні істинної (вихідної) матриці за матрицями результатами. Правила відтворення та вигляд істинної матриці залежать від обчислювальної операції, точність якої повинна бути визначена.

Розглянемо принцип верифікації на прикладі перевірки дій з поліноміальними матрицями. Якщо істинну (задану) поліноміальну матрицю позначити  $A$ , а перевірочну (відтворену за результатами розрахунків) –  $B$ , то можна визначити правила формування даних для верифікації у вигляді таблиці 1 та запропонувати два способи оцінювання якості обчислень.

Перший ґрунтується на обчисленні максимальної відносної помилки відтворення коефіцієнта полінома істинної (вихідної) матриці  $A$

$$\varepsilon_{\Gamma} = \max(\varepsilon), \quad (32)$$

де  $\varepsilon$  – вектор відносних погрішностей відтворення коефіцієнтів поліномів вихідної матриці, елемент з номером  $k$  якого дорівнює

$$\varepsilon_k = \left| a_{ij}^{(p)} - b_{ij}^{(p)} \right| / a_{ij}^{(p)}, \quad (33)$$

$a_{ij}^{(p)}$  – вірне значення коефіцієнта полінома відповідної матриці  $A$  (табл. 2.1), представлені у вигляді

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{p=0}^{pa} a_{11}^{(p)} s^p & \dots & \sum_{p=0}^{pa} a_{1n}^{(p)} s^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{p=0}^{pa} a_{m1}^{(p)} s^p & \dots & \sum_{p=0}^{pa} a_{mn}^{(p)} s^p \end{bmatrix};$$

$b_{ij}^{(p)}$  – відповідне значення коефіцієнта полінома перевірочної матриці  $B$ , що отримана за правилом з таблиці 1 та представлена аналогічно.

Другий спосіб використовує поняття  $\infty$ - норми [7] передаточної функції відносної погрішності відтворення поліному. Якщо істинне значення поліному матриці позначити  $A_{ij}(s)$  ( $i$  – номер рядка,  $j$  – номер стовпчика), а відтворене з допомогою множення значення відповідного поліному представити як  $B_{ij}(s)$ , то передаточна функція відносної погрішності може бути визначена у вигляді

$$W_{ij}^z = (A_{ij}(s) - B_{ij}(s)) / A_{ij}(s), \quad (34)$$

а її  $\infty$ -норма

$$\eta_{ij} = \|W_{ij}^z\|_{\infty} = \sup_{\omega} |W_{ij}^z(j\omega)| \quad (35)$$

характеризує максимальне відносне відхилення поліному  $B_{ij}(s)$  від  $A_{ij}(s)$  за визначенням.

У такому разі, міра погрішності може бути знайдена як

$$\varepsilon_{\eta} = \max(\eta), \quad (36)$$

де  $\eta$  – числова матриця складена з  $\infty$ -норм  $\eta_{ij}$ , знайдених в результаті вирішення задачі (35).

Таблиця 1 - Правила формування даних для верифікації

Назва операції для верифікації	Правило формування	
	Істинної матриці	Перевірочної матриці
Факторизація ліворуч	$A = \begin{pmatrix} E_n & P \end{pmatrix} S'_{\psi^0\psi^0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} = S'_{\zeta\zeta}$	$B = DD_*$
Факторизація праворуч	$\Gamma_{0*} \Gamma_0 = (N_{1*} R N_1 + N_{10*} B C B_* N_{10})$	$B = \Gamma_* \Gamma$



Сепарація	Одне зі співвідношень (29), наприклад $T_1 = \Gamma_{0*}^{-1} N_{1*} R N_{20}^{-1} G_0 D$	$B = T_{10} + T_{1+} + T_{1-}$
Обертання	$A = E_n$	$B = \Gamma \Gamma^{-1}$
Рівняння зв'язку	$A = E_n$	$B = P F_x^\Psi - M F_u^\Psi$

Отже, верифікація результатів виконання обчислювальних процедур адаптованого алгоритму синтезу системи стохастичної стабілізації зводиться до визначення показників відносних погрешностей обчислень  $\varepsilon_\Gamma$  та  $\varepsilon_\eta$  на основі алгоритмів (32), (33) та (34)-(36) з урахуванням змісту таблиці 1.

#### Висновки

У статті представлено новий адаптований до застосування у сучасних програмно-технічних комплексах виконання інженерних розрахунків, таких як Matlab або Scilab, алгоритм синтезу багатовимірних оптимальних робастних систем стохастичної стабілізації рухомих об'єктів у частотній області, який забезпечує підвищення точності отримання результатів за рахунок заміни дій з дробово-раціональними матрицями на операції з поліноміальними матрицями.

Застосування даного алгоритму забезпечує отримання найкращих інженерних рішень при функціонування об'єкта стабілізації в умовах дії багатовимірних стаціонарних та стаціонарно зв'язаних корисних сигналів, шумів вимірювання та збурень.

#### Список літератури

1. Блохин Л.Н., Осадчий С.И., Безкоровайный Ю.Н. Технология структурной идентификации и последующего синтеза оптимальных систем стабилизации неустойчивых динамических объектов. // Проблемы управления и автоматизации. 2007.- №6.- С. 57-65.
2. Летов А.М. Динамика полета и управление – М.: Наука, 1969.- 360с.
3. Азарсков В.Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации: Монография / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий / Под ред. Блохина Л.Н. – К.: Книжное издательство НАУ, 2006. – 440с.
4. Блохин Л.Н., Осадчий С.И. Практика и основные этапы развития технической кибернетики // Проблеми інформатизації та управління. Збірник наукових праць національного авіаційного університету.-Вып. 11. – 2004.- С.79-83.
5. Линейные оптимальные системы управления / Х.Квакернаак, Р. Сиван; пер. с англ. В.А. Васильева, Ю.А. Николаева.- М.: Мир, 1977. – 650с.
6. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления: (монография) /Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин, К.И. Науменко, В.Н. Сунцев; Ин-т математики АН УССР.- К.: Наук. думка, 1978.- 327с.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2004.- 616с.
8. Фильтр Калмана-Бьюси. / К. Брамер, Г. Зифлинг; пер. с нем. – М.: Наука, 1982.- 200с.
9. Блохин Л.М., Держак С.В., Білак Н.В. Порівняння ефективності практичного застосування частотних і часових методів оптимальної стохастичної стабілізації. // Електроніка та системи управління.- 2004.- № 1.- С.124-132.
10. Davis M.C. Factoring the spectral matrix // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1963.- AC-8, N 4. – p. 296-305.
11. Kucera V. Discrete line control: the polynomial equation approach. – Praha: Akademia, 1979. – 206 p.
12. Идеализация сложных динамических систем / Н.А.Картвелишвили, Ю.М. Галактионов. – М.: Наука, 1976.- 272с.

*С. Осадчий*

**Автоматизация динамического проектирования оптимальных многомерных робастных систем стохастической стабилизации подвижных объектов**

В статье приведен новый адаптированный к требованиям программно-технических комплексов

автоматизации проектировочных работ алгоритм синтеза оптимальных многомерных робастных систем стохастической стабилизации движения подвижных объектов с произвольной динамикой и сформулированы принципы верификации его результатов.

*S. Osadchiy*

**Automatic Dynamics Designing of the optimal multidimensional robust stochastic stabilizing systems for the mobile objects**

There are new adapted to the requirements of automatic designing works programmatic-technical complexes algorithm of optimum multidimensional robust stochastic stabilizing systems synthesis for the mobile objects with an arbitrary dynamics and verification principles in the article.

Одержано 17.11.09