

**В.П. Ковбаса, проф., д-р. техн. наук**

*Національний університет біоресурсів та природокористування України*

**В.В. Ярошенко, інж.**

*„Тезра Україна ЛТД”*

## Розподіл напружень у сипкому середовищі обмеженому стінками споруди силосного типу

На основі теорії пластичності розв'язана задача про розподіл компонентів напружень зв'язного сипкого середовища у спорудах силосного типу. Встановлено зв'язки механічних властивостей сипкого середовища, геометричних параметрів силоса з напруженнями у споруді та умовами граничної рівноваги матеріала, крім визначення форм ліній ковзання при порушенні граничної рівноваги.  
**напруження, сипке середовище, стінки силоса, кола Мора**

У промисловості та сільському господарстві для зберігання сипких матеріалів широке поширення мають споруди силосного типу. При цьому до теперішнього часу не існує адекватних результатів теоретичних досліджень щодо визначення тиску сипких матеріалів на стінки силосів та умов розвантаження матеріалу під дією гравітаційних сил. Природа утворення склепін та вплив на склепоутворення механічних властивостей не достатньо вивчена. Більшість результатів досліджень щодо механіки сипких середовищ базується на теорії пластичності, при цьому сипке середовище вважається ідеально сипким. Більшість результатів досліджень ґрунтується на результатах експериментів і не носить достатньої узагальненості [1]. Теоретичні дослідження обмежуються розв'язанням найбільш простих випадків статичної сипкого середовища [2,3,4] або динаміки середовища по аналогії з Ньютоновською рідиною. [5]

Метою даних досліджень є встановлення зв'язків механічних властивостей сипкого середовища, геометричних параметрів силоса з напруженнями у споруді та умовами граничної рівноваги матеріала, крім визначення форм ліній ковзання при порушенні граничної рівноваги.

Для досягнення поставленої мети розв'язувались наступні задачі:

- визначення критерія гарничної рівноваги для зв'язного сипкого середовища;
- визначення розподілу компонентів напружень у споруді силосного типу;
- визначення форм ліній ковзання при настанні пластичності (текучості).

Результати досліджень. В багатьох процесах при формалізації матеріалів і середовищ застосовується модель сипкого дискретного середовища. До таких моделей приходять у випадках формалізації процесів пов'язаних з зерновими матеріалами, комбикормами, продуктами переробки зернових, бобових та олійних культур. При цьому ці матеріали мають суттєві відмінності у механічних властивостях, зокрема граничному напруженні зсуву, початковому напруженні зсуву, коефіцієнтах внутрішнього та зовнішнього тертя. Тому при формалізації процесів дуже важливим є врахування цих властивостей при визначенні умов руху таких матеріалів, визначенні навантажень з боку матеріалів на конструкції, споруди та робочі органи. Крім того важливим є знання величин зовнішніх впливів при необхідності переміщення цих матеріалів та зміни їх властивостей. Особливо важливим є забезпечення умов розвантаження споруд силосного типу.

Виходячи з вищезначеного знання зв'язків компонентів напружень таких матеріалів та умов порушення рівноваги має надзвичайно важливе значення. У відповідності з твердженням Хаара та Кармана класична теорія пластичності та теорія граничної рівноваги ґрунтів (теорія сипкого середовища) мають спільне підґрунтя, тому аналіз сипкого середовища проводиться з застосуванням методів класичної теорії пластичності.

Однією з найбільш поширених та найбільш застосовуваних до сипкого середовища критеріїв повної пластичності (умови граничної рівноваги) є критерій Треска, згідно з яким умова граничної рівноваги має вигляд:

$$\sigma_3 = \sigma_2, \sigma_1 - \sigma_3 = 2k, \quad (1)$$

де  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - головні напруження в середовищі;

$k$  - константа, що характеризує границю переходу середовища у пластичний стан.

Для визначення величини  $k$  (тобто умови рівноваги) можна скористатися колами Мора (рис.1).

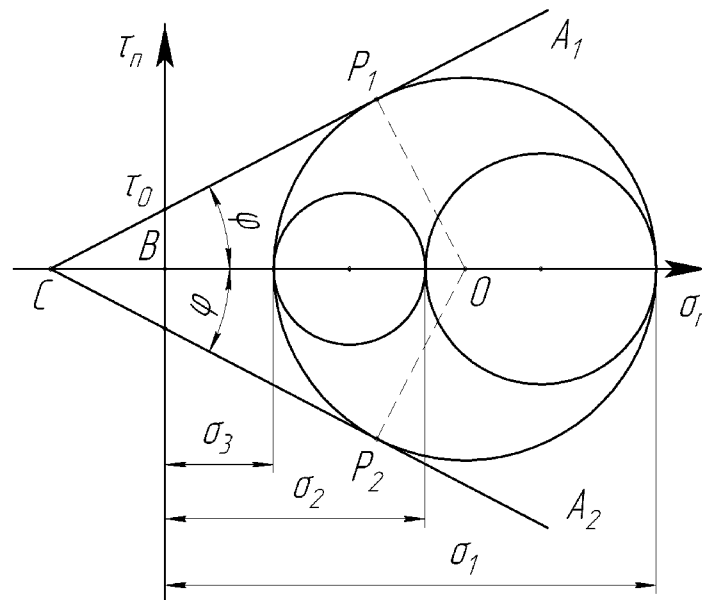


Рисунок 1 - Кола Мора для визначення співвідношень між компонентами напружень та умов настання пластичності

На рис.1 позначення мають наступні трактовки:  $\tau_0$  - початкове напруження зсуву для зв'язного сипкого середовища,  $\varphi$  - кут внутрішнього тертя середовища,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - головні напруження в середовищі (відповідно найбільше, середнє, та найменше). Згідно Отто Мору  $CA_1$  та  $CA_2$  - лінії ковзання по яких відбувається пластична течія або порушується суцільність. Співвідношення між компонентами напружень на лініях ковзання мають вигляд:

$$BO = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \sigma_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}; BC = \frac{\tau_0}{\tan \varphi}; OC = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\tau_0}{\tan \varphi}; OP_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2};$$

$$\frac{1}{\sin \varphi} = \frac{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\tau_0}{\tan \varphi}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}; \quad (2)$$

З виразу (2) на лініях ковзання можна отримати співвідношення між властивостями середовища та компонентами напружень:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3 + 2\tau_0 \tan \varphi + \sigma_3 \sin \varphi}{-1 + \sin \varphi}; \quad \sigma_3 = \frac{-\sigma_1 - \tau_0 \tan \varphi + \sigma_1 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (3)$$

Згідно з представлень напружень через кола Мора максимальне дотичне напруження має вигляд:  $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ , що у відповідності з умовою пластичності Треска:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq k, \quad k - \text{const}, \quad \text{або} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = 2k.$$

Слід відзначити, що постійна  $k$  для пластичного зв'язного (сипкого) середовища може бути отримана з умови (3) з урахуванням того що:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2k, \quad \text{при} \quad \sigma_2 = \sigma_3, \quad \sigma_3 = \frac{1}{2}(3\sigma - \sigma_1), \quad \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

Підстановка виразів для  $\sigma$  та  $\sigma_3$  у перше рівняння (3) та вираження з нього постійної  $k$  дає вираз:

$$k = -\frac{3(\sigma \sin \varphi + \tau_0 \cos \varphi)}{-3 + \sin \varphi}. \quad (4)$$

Графічно вираз (4) при постійному напруженні  $\sigma = \text{const}$  має вигляд представлений на рис.2.

Для розв'язання задач статички пластичного (дискретного сипкого) середовища необхідно знати як зв'язані компоненти напружень між собою та який зв'язок вони мають з механічними властивостями самого середовища.

На площадці довільно нахилений до осей координат  $xuz$  зв'язок між компонентами напружень та головними напруженнями визначається через напрямні косинуси:

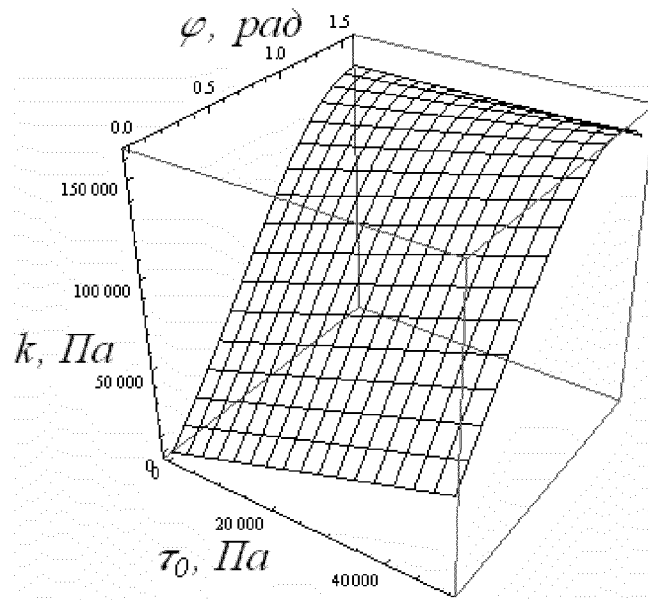


Рисунок 2 - Залежність постійної  $k$  від кута внутрішнього тертя  $\varphi$  та початкового напруження зсуву  $\tau_0$  середовища при  $\sigma = 100 \text{ кПа}$

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_1 l_1^2 + \sigma_2 m_1^2 + \sigma_3 n_1^2; \\ \sigma_y &= \sigma_1 l_2^2 + \sigma_2 m_2^2 + \sigma_3 n_2^2; \\ \sigma_z &= \sigma_1 l_3^2 + \sigma_2 m_3^2 + \sigma_3 n_3^2;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \sigma_1 l_1 l_2 + \sigma_2 m_1 m_2 + \sigma_3 n_1 n_2; \\ \tau_{yz} &= \sigma_1 l_2 l_3 + \sigma_2 m_2 m_3 + \sigma_3 n_2 n_3; \\ \tau_{xz} &= \sigma_1 l_1 l_3 + \sigma_2 m_1 m_3 + \sigma_3 n_1 n_3.\end{aligned} \tag{5}$$

де існує зв'язок між осями координат та напрямками головних напружень через напрямні косинуси:

	1	2	3
$x$	$l_1$	$m_1$	$n_1$
$y$	$l_2$	$m_2$	$n_2$
$z$	$l_3$	$m_3$	$n_3$

При цьому існує зв'язок:

$$\begin{aligned}l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 &= 1; & l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 &= 0; \\ l_2^2 + m_2^2 + n_2^2 &= 1; & l_2 l_3 + m_2 m_3 + n_2 n_3 &= 0; \\ l_3^2 + m_3^2 + n_3^2 &= 1; & l_1 l_3 + m_1 m_3 + n_1 n_3 &= 0,\end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned}
l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 &= 1; & l_1 m_1 + l_2 m_2 + l_3 m_3 &= 0; \\
m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 &= 1; & m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3 &= 0; \\
n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 &= 1; & l_1 n_1 + l_2 n_2 + l_3 n_3 &= 0.
\end{aligned}$$

З урахуванням (1) та (5) компоненти напружень можуть бути записані наступним чином:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma - 2k/3 + 2kn_1^2; & \tau_{xy} &= 2kn_1n_2; \\
\sigma_y &= \sigma - 2k/3 + 2kn_3^2; & \tau_{yz} &= 2kn_1n_3; \\
\sigma_z &= \sigma - 2k/3 + 2kn_2^2; & \tau_{xz} &= 2kn_1n_2,
\end{aligned} \tag{6}$$

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1.$$

Якщо з виразів (6) для компонентів нормальних напружень виразити  $n_1, n_2, n_3$  і підставити у вирази для  $\tau_{ij}$ , можна записати:

$$\begin{aligned}
\tau_{xy}^2 &= (\sigma_x - \sigma + 2k/3)(\sigma_y - \sigma + 2k/3); & \tau_{yz}^2 &= (\sigma_y - \sigma + 2k/3)(\sigma_z - \sigma + 2k/3); \\
\tau_{xz}^2 &= (\sigma_x - \sigma + 2k/3)(\sigma_z - \sigma + 2k/3),
\end{aligned} \tag{7}$$

а далі:

$$\begin{aligned}
(\sigma_x - \sigma + 2k/3)\tau_{yz} &= \tau_{xy}\tau_{zx}; & (\sigma_y - \sigma + 2k/3)\tau_{xz} &= \tau_{xy}\tau_{yz}; \\
(\sigma_z - \sigma + 2k/3)\tau_{xy} &= \tau_{xz}\tau_{yz}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Зі співвідношень (8):

$$\sigma_x = \sigma - 2k/3 + \frac{\tau_{zy}\tau_{zx}}{\tau_{yz}}; \quad \sigma_y = \sigma - 2k/3 + \frac{\tau_{zy}\tau_{yz}}{\tau_{xz}}; \quad \sigma_z = \sigma - 2k/3 + \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau_{xy}}. \tag{9}$$

З (9) умова граничної рівноваги:

$$\frac{\tau_{xy}\tau_{zx}}{\tau_{yx}} + \frac{\tau_{xy}\tau_{yz}}{\tau_{zx}} + \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau_{xy}} = 2k.$$

По аналогії з рівняннями (6) для випадку, коли косинуси кутів між осями координат у циліндричній системі координат  $z, \theta, r$  та найбільшим головним напруженням визначаються як:  $n_1 = \cos \alpha; n_2 = \cos \beta; n_3 = \cos \gamma$ , де  $\alpha - \sigma_1 r, \gamma - \sigma_1 z, \beta - \sigma_1 \theta$ , співвідношення між напруженнями матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma - \frac{2}{3}k + 2k \cos^2 \alpha; \sigma_\theta = \sigma - \frac{2}{3}k + 2k \cos^2 \beta; \\ \sigma_z &= \sigma - \frac{2}{3}k + 2k \cos^2 \gamma; \tau_{r\theta} = 2k \cos \alpha \cos \beta; \tau_{z\theta} = 2k \cos \gamma \cos \beta; \\ \tau_{zr} &= 2k \cos \alpha \cos \gamma.\end{aligned}\quad (10)$$

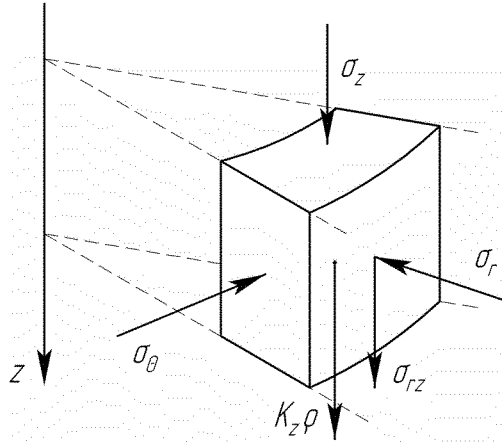


Рисунок 3 - Сили, що діють на елемент сипкого середовища в циліндричній системі координат

Для аналізу напруженого стану сипкого матеріалу у споруді силосного типу можна використати рівняння динаміки руху суцільного середовища :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \rho k_r + F_r &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \rho k_\theta + F_\theta &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho k_z + F_z &= 0,\end{aligned}\quad (11)$$

де  $\rho k_r, \rho k_\theta, \rho k_z$  - об'ємні сили;

$F_r, F_\theta, F_z$  - розподілені по границях об'єму зовнішні сили.

По аналогії з пружною постановкою (до настання граничного стану сипкого матеріалу) задачі для випадку з осьовою симетрією на основі рівнянь Гука, при відсутності кручення навкруги осі  $oz$  та відсутності можливості розширення у радіальному напрямку (стілки силоса абсолютно жорсткі) деформації у відповідних напрямках становлять:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)) = 0; \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_z + \sigma_\theta)) = 0.\end{aligned}\quad (12)$$

З (12) можна записати:

$$\sigma_{\theta} = \nu \sigma_r + \nu \sigma_z; \quad (a)$$

$$\sigma_r = \nu \sigma_z + \nu \sigma_{\theta} \rightarrow \sigma_z = \frac{\sigma_r - \nu \sigma_{\theta}}{\nu}. \quad (б)$$

Якщо (б) підставити в (а), можна записати:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \nu \sigma_r + \sigma_r - \nu \sigma_{\theta}; \\ \sigma_{\theta} + \nu \sigma_{\theta} &= \nu \sigma_r + \sigma_r, \end{aligned}$$

звідки:  $\sigma_r = \sigma_{\theta}$ .

Враховуючи те, що  $\sigma_r = \sigma_{\theta}$ , з (7) випливає, що  $\tau_{r\theta} = 0$ . Крім того слід відзначити, що компонента напружень  $\tau_{z\theta}$  на залежить від кута повороту, тому  $\partial \tau_{z\theta} / (r \partial \theta) = 0$ . В цьому випадку рівняння (11) приймуть вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \rho k_r + F_r &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho k_z + F_z &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В останньому рівнянні (в умовах гравітації) об'ємна сила в напрямку осі  $or$  --  $\rho k_r = 0$ . А в напрямку осі  $oz$  --  $\rho k_z = \rho g$ , де  $g = 9.81, \text{м/с}^2$ .

Величини  $F_r$  та  $F_z$  є силами, що діють з боку стінок силоса на сипке середовище. У загальному випадку при куті нахилу твірної стінки силоса до горизонту  $\beta$  (рис. 4.) величини  $F_r$  та  $F_z$  визначаються як:

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{2\pi R} (\sigma_z f \cos^2 \beta + \sigma_r \sin^2 \beta); \\ F_z &= \frac{1}{2\pi R} (\sigma_r f \sin^2 \beta + \sigma_z \cos^2 \beta), \end{aligned} \quad (14)$$

де  $R$  - радіус силоса в точці, в якій визначається сила;

$f$  - коефіцієнт зовнішнього тертя сипкого матеріала по стінці силоса.

Величини компонентів  $\sigma_z, \sigma_r, \tau_{zr}$  визначаються рівняннями (10). З урахуванням виразів (10) та (14) рівняння динаміки (13) приймуть вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left( \frac{1}{2\pi R} \csc\varphi \left( -(1+f+(f-1)\cos 2\beta)(\tau_0 \cos\varphi + 3\sigma) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3(f-1+(f+1)\cos 2\beta)\cos 2\alpha(\tau_0 \cos\varphi + \sin\varphi \sigma) \right) + \right. \\ & \left. + 4 \left( -6\csc\varphi \sin 2\alpha(\tau_0 \cos\varphi + \sin\varphi \sigma) \frac{\partial\alpha}{\partial r} + 3(\cos 2\alpha + \csc\varphi) \frac{\partial\sigma}{\partial r} \right) + \right. \\ & \left. + 4 \left( 6\cos 2\alpha(\tau_0 \operatorname{ctg}\varphi + \sigma) \frac{\partial\alpha}{\partial z} + 3\sin 2\alpha \frac{\partial\sigma}{\partial z} \right) \right) = 0; \\ & g\rho + \frac{1}{4\pi R(3\csc\varphi - 1)} \csc\varphi \left( (-1-f+(f-1)\cos 2\beta)(\tau_0 \cos\varphi + 3\sigma) + \right. \\ & \left. + 3(1-f+(f-1)\cos 2\beta)\cos 2\alpha(\tau_0 \cos\varphi + \sin\varphi \sigma) \right) + \\ & + \frac{1}{(3\csc\varphi - 1)} \left( 6\cos 2\alpha(\tau_0 \cos\varphi + \sigma) \frac{\partial\alpha}{\partial r} + 3\sin 2\alpha \frac{\partial\sigma}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{3}{(3\csc\varphi - 1)} \left( 2\csc\varphi \sin 2\alpha(\tau_0 \cos\varphi + \sin\varphi \sigma) \frac{\partial\alpha}{\partial z} + (\csc\varphi - \cos 2\alpha) \frac{\partial\sigma}{\partial r} \right) = 0. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Дана система двох залежних гідростатичного напруження  $\sigma(z, r)$  та кута  $\alpha(z, r)$  між віссю  $z$  та напрямком найбільшого головного напруження  $\sigma_1$  від двох незалежних змінних  $z, r$ , які визначають положення точки у сипкому матеріалі.

Система диференціальних рівнянь (15) є системою гіперболічних нелінійних неоднорідних рівнянь першого порядку, яка не може бути розв'язана у загальному вигляді. Чисельні розв'язки цієї системи не можуть дати узагальненості для аналізу розподілу компонентів напружень та визначення положень і форм ліній ковзання. Тому можна зробити спробу розв'язати дану систему наближеними методами.

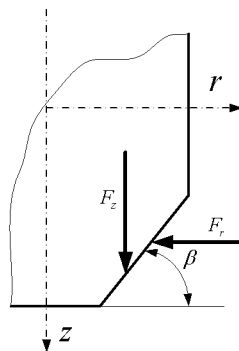


Рисунок 4 - Схема дії сил з боку стінок силоса

Такий розв'язок може полягати в наступному. Підбирається потенціальна функція зміни гідростатичного напруження  $\sigma(z, r)$  з певним невідомим коефіцієнтом та потенціальна функція зміни кута нахилу  $\alpha(z, r)$  з певним невідомим коефіцієнтом,



які повинні задовольнити граничні (початкові) умови і водночас ці функції повинні задовольнити рівняння (15). Потім знаходяться невідомі коефіцієнти. Таким чином задача може бути розв'язана. Слід зазначити, що функції  $\sigma(z, r)$  та  $\alpha(z, r)$  повинні бути гладкими та їх диференціали не повинні давати постійних, тобто:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial r} \neq const, \frac{\partial \sigma}{\partial z} \neq const, \frac{\partial \alpha}{\partial r} \neq const, \frac{\partial \alpha}{\partial z} \neq const.$$

Початкові умови, які повинні задовольняти функції, формулюються наступним чином [2]:

$$\sigma(z, r)|_{z=0} = 0; \alpha(z, r)|_{z=0} = \frac{\pi}{2}.$$

Крім того розкладемо трансцендентні функції кута  $\alpha$  у ряд Маклорена, що дозволить розв'язувати алгебраїчні рівняння:

$$\cos \alpha \rightarrow 1 - \alpha^2/2; \sin \alpha \rightarrow \alpha.$$

Враховуючи результати експериментальних досліджень щодо вигляду функції  $\sigma(z, r)$  [1], останню можна представити у вигляді:

$$\sigma = \frac{1}{3} b \rho g \left( 1 + \exp\left(-\frac{z}{2\pi R}\right) \operatorname{arctg}\left(\frac{R}{r+R}\right) \right) (\sin \varphi - 3); \quad (16)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{b \rho g \exp\left(-\frac{z}{2\pi R}\right) \left( 2 \left( 1 + \exp\left(\frac{z}{2\pi R}\right) \right) \pi R - z \right) \operatorname{arctg}\left(\frac{R}{r+R}\right) (\sin \varphi - 3)}{6\pi R};$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{b \rho g R z \left( 1 + \exp\left(-\frac{z}{2\pi R}\right) \right) (\sin \varphi - 3)}{3(r^2 + 2rR + 2R^2)},$$

де  $b$  - невідомий коефіцієнт (коефіцієнт незнання).

Функцію  $\alpha(z, r)$  можна представити у вигляді:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + c \sqrt{\frac{z}{h}} + \sqrt{\frac{r}{R}}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{c}{2h\sqrt{z/h}}; \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{2R\sqrt{r/R}},$$

де  $c$  - невідомий коефіцієнт (коефіцієнт незнання);

$h$  - висота силоса.

Стосовно коефіцієнтів незнання  $b$  та  $c$  слід відзначити, що вони повинні бути визначені експериментально і, швидше за все, будуть залежати від механічних властивостей сипкого середовища.

Графічно (16) та (17) представлені на рис. 5.

Враховуючи осьову симетрію споруди силосного типу для випадку використання циліндричної системи координат та при відсутності кручення вирази (10) приймуть вигляд:

$$\sigma_r = \sigma - \frac{2}{3}k + 2k \cos^2 \alpha; \sigma_z = \sigma - \frac{2}{3}k + 2k \sin^2 \alpha; \tau_{zr} = 2k \cos \alpha \sin \alpha, \quad (18)$$

де  $\alpha$  - кут нахилу напрямку найбільшого головного напруження до осі  $OZ$  (залежність (17)).

Залежності (18) повністю визначають розподіл компонентів напружень зв'язного сипкого середовища у споруді силосного типу.

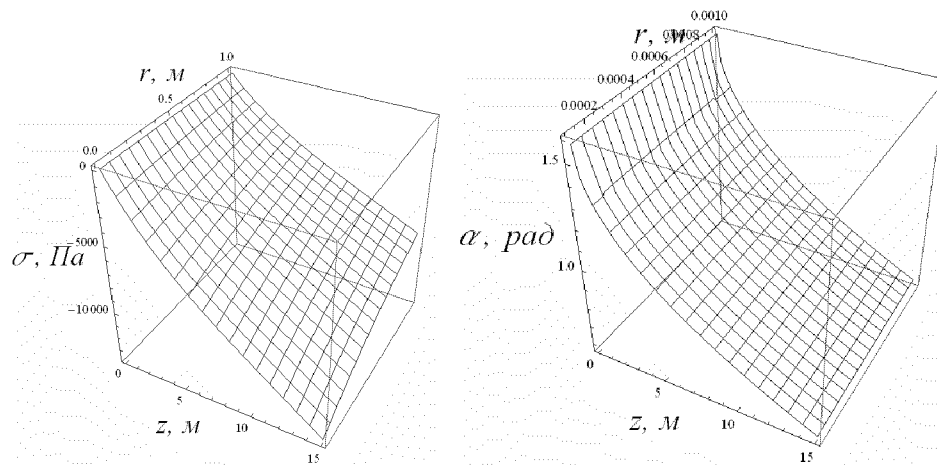


Рисунок 5 - Графіки функцій  $\sigma(z, r)$  та  $\alpha(z, r)$ .

**Висновки.** В роботі визначений аналітичний вираз критерія рівноваги зв'язного сипкого середовища, що враховує механічні властивості останнього, а саме початкове напруження зсуву  $\tau_0$  та кут внутрішнього тертя  $\varphi$ .

На основі теорії пластичності розв'язана задача про розподіл компонентів напружень зв'язного сипкого середовища у споруді силосного типу, яка дозволяє враховувати механічні властивості середовища та геометричні параметри споруди. Це дозволяє визначати зони порушення рівноваги середовища у споруді, що суттєво впливають на умови розвантаження силосів та визначити динамічні навантаження на стінки самих споруд.

## Список літератури

1. Дженике Э.В. Складирование и выпуск сыпучих материалов. -М.: Мир, 1968.- 164 с.
2. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел.- Т.2. -М.: Мир, 1969.- 864 с.
3. Соколовский В.В. Теория пластичности. -М.: ВШ, 1969.-608 с.

4. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.- 704 с.
5. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах.- М.: Машиностроение, 1968. -184 с.

*В. Ковбаса, В. Ярошенко*

**Распределение напряжений в сыпучей среде ограниченной стенками сооружения силосного типа**

На основе теории пластичности решена задача о распределении компонентов напряжений связной сыпучей среды в сооружении силосного типа. Установлены связи механических свойств сыпучей среды, геометрических параметров силоса с напряжениями в сооружении и условиями предельного равновесия материала, кроме определения форм линий скольжения при нарушении предельного равновесия.

*V. Kovbasa, V. Yaroshenko*

**Distributing of tension in a friable environment to limited the walls of building of silo-type**

On the basis of plasticity theory the the problem about distribution of components of pressure of the coherent loose environment in a construction of silage type is solved. The copulas of mechanical properties of friable environment, geometrical parameters of silosa are set with tensions in building and terms of maximum equilibrium of materiala, except for determination of forms of sliding lines at violation of maximum equilibrium.

Одержано 02.01.10