УДК 62-752+62-755

Г.Б. Філімоніхін, проф., д-р техн. наук, В.В. Гончаров, доц., канд. фіз.-мат. наук
Кіровоградський національний технічний університет

Диференціальні рівняння для дослідження стійкості основних рухів гнучкого двоопорного ротора з пасивними авто балансирами

Отримано в безрозмірному вигляді псевдозгорнуту замкнуту систему диференціальних рівнянь для дослідження стійкості основних рухів гнучкого незрівноваженого ротора на двох податливих опорах з автробалансирами. Розглянуто частинний випадок системи – трьох масова модель ротора.
гнучкий ротор, автобалансування, дисбаланс, диференціальні рівняння руху, стійкість руху

Вступ. При дослідженні на стійкість деяких високооборотних вузлів в сільськогосподарських машинах (наприклад молотильного барабана в зернозбиральному комбайні) можна використовувати теорію гнучкого ротора. В роботі [1] з використанням підходів, закладених в роботах [2-5], та результатів робіт [6,7] побудована дискретна n-масова модель гнучкого незрівноваженого ротора на двох податливих опорах з n автобалансирами (АБ) і отримана замкнута система диференціальних рівнянь руху системи в нерухомій системі координат.

Метою цієї роботи є одержання диференціальних рівнянь для дослідження стійкості основних рухів системи, приведення отриманих рівнянь до безрозмірного вигляду з подальшим їх псевдо згортанням, та записом в рухомій системі координат, що зручно для подальших досліджень.

1. Опис теоретико-механічної моделі ротора і АБ. Гнучкий ротор на двох податливих опорах з n АБ, призначеними для зрівноваження ротора у n площинах корекції, змодельований таким чином (рис.1). Вал ротора вважається в недеформованому стані абсолютно пружною невагомою прямою лінією. На нього насаджено n абсолютно плоских жорстких дисків D_j масою M_j, $/\, j=\overline{1,n}\,/$, причому центри дисків – точки K_j, $/\, j=\overline{1,n}\,/$ знаходяться на пружній лінії і при недеформованому валу площини дисків перпендикулярні цій лінії. Вал в точках K_p, K_q, $(q>p)$ утримується двома в'язко-пружними неізотропними опорами з лінійними характеристиками. Головні напрямки лівої і правої опор – паралельні.

Припускається, що: вал ротора обертається навколо нерухомої осі із сталою кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$; відсутнє кручення вала; диски рухаються плоскопаралельно у відповідних поперечних площинах недеформованого вала.

Рух системи визначається відносно правої системи нерухомих прямокутних осей X, Y, Z: вісь Z спрямована по осі обертання убік вектора кутової швидкості ω, осі X і Y спрямовані паралельно головним напрямкам в'язко-пружних опор, початок координат – точка O розміщена в точці перетину крайнього лівого диска – D_1 з віссю обертання. Коефіцієнти в'язкості та жорсткості в'язко-пружних опор відповідно рівні $h_{xj}=h_{yj}=h_x$ та $c_{xj}=c_{yj}=c_x$, $/\, j=p,q\,/$.

Рух ротора повністю визначається обертанням навколо осі Z і відхиленням центрів дисків від осі обертання. Положення точок K_j задають радіус-вектори $\boldsymbol{\rho}_j=(x_j, y_j, z_j)^{\mathrm{T}}$, $/\, j=\overline{1,n}\,/$.

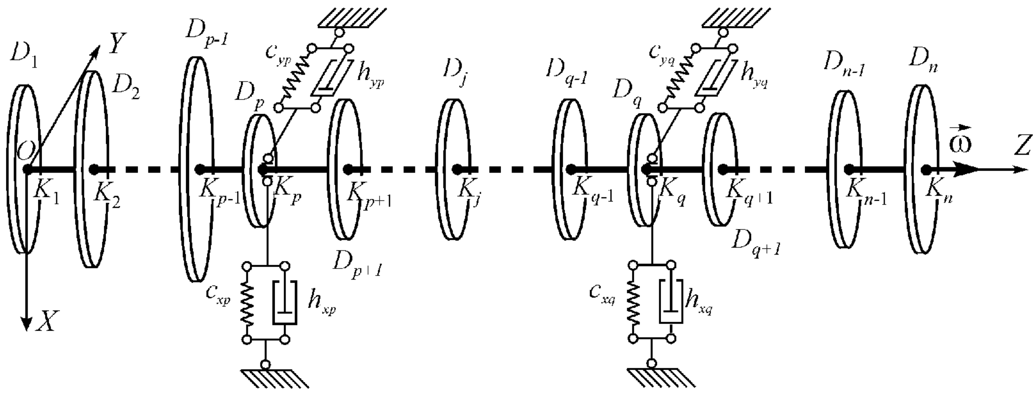

Рисунок 1 – n - масова модель гнучкого ротора на двох в’язко-пружних опорах

Кожний диск D_j має статичний дисбаланс $\mathbf{s}_{j,0}$, $/\, j=\overline{1,n}\,/$ та містить маятниковий або кульовий чи роликовий АБ. В маятниковому АБ на вал насаджені n_j маятників, масою m_j фізичної довжини r_j; в кульовому чи роликовому АБ міститься n_j куль чи циліндричних роликів масою m_j, які котяться без ковзання по кільцевим доріжкам, при цьому відстань від центра диска до центра кулі чи ролика рівна r_j.

2. Диференціальні рівняння руху системи. В роботі [1] отримано наступну систему рівнянь, яка описує рух ротора

$$\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}M_{\Sigma_k}\ddot{x}_k+\dot{x}_j h_{xj}+x_j c_{xj}+\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}\ddot{s}_{xk}=0,$$

$$\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}M_{\Sigma_k}\ddot{y}_k+\dot{y}_j h_{yj}+y_j c_{yj}+\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}\ddot{s}_{yk}=0,\quad /\, j=p,q\,/,$$

$$\sum_{k=1}^{n}\delta_{j,k}M_{\Sigma_k}\ddot{x}_k+x_j-(1-\tilde{z}_j)x_p-\tilde{z}_j x_q+\sum_{k=1}^{n}\delta_{j,k}\ddot{s}_{xk}=0$$

$$\sum_{k=1}^{n}\delta_{j,k}M_{\Sigma_k}\ddot{y}_k+y_j-(1-\tilde{z}_i)y_p-\tilde{z}_i y_q+\sum_{k=1}^{n}\delta_{j,k}\ddot{s}_{yk}=0,\quad /\, j=\overline{1,n}, j\neq p,q\,/,$$

$$k_j(\ddot{s}_{xj}+2\omega\dot{s}_{yj}-\omega^2 s_{xj})+\frac{h_j}{m_j}(\dot{s}_{xj}+\omega s_{yj})=-\frac{m_j n_j}{2}\{\ddot{x}_j[1-b_j\cos(2\omega t+\vartheta_j)]-\ddot{y}_j b_j\sin(2\omega t+\vartheta_j)\},$$

$$k_j(\ddot{s}_{yj}-2\omega\dot{s}_{xj}-\omega^2 s_{yj})+\frac{h_j}{m_j}(\dot{s}_{yj}-\omega s_{xj})=\frac{m_j n_j}{2}\{\ddot{x}_j b_j\sin(2\omega t+\vartheta_j)-\ddot{y}_j[1+b_j\cos(2\omega t+\vartheta_j)]\},$$

$$/\, j=\overline{1,n}\,/, \qquad (1)$$

де $M_{\Sigma_j}=M_j+\sum_{i=1}^{n_j}m_{j,i}$, $/\, j=\overline{1,n}\,/$ – маса j-го диска з АБ;

$\tilde{z}_{p,k}=1-\tilde{z}_k$, $\tilde{z}_{q,k}=\tilde{z}_k$, $/\, k=\overline{1,n}, k\neq p,q\,/$;

$\tilde{z}_j=\dfrac{z_j-z_p}{z_q-z_p}$, $/\, j=\overline{1,n}\,/$;

$\delta_{j,k}$ – коефіцієнти податливості, k_j – кінетичні коефіцієнти, h_j – коефіцієнти моменту сили в'язкого опору (для маятникових АБ) або сили в'язкого опору (для кульових чи роликових АБ);

$s_{xj}= m_j r_j \sum_{i=0}^{n_j} \cos\varphi_{j,i}$, $s_{yj}= m_j r_j \sum_{i=0}^{n_j} \sin\varphi_{j,i}$ – проекції сумарного дисбалансу j-го диску з АБ на осі X, Y;

$\cos\vartheta_j = \dfrac{b_{j,1}}{b_j}$, $\sin\vartheta_j = \dfrac{b_{j,2}}{b_j}$, $b_j = \sqrt{b_{j,1}^2 + b_{j,2}^2}$, $b_{j,1} = \dfrac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n} \cos 2\tilde{\psi}_{j,i}$;

$b_{j,2} = \dfrac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n} \sin 2\tilde{\psi}_{j,i}$, $/\ j = \overline{1,n}\ /$;

$\tilde{\psi}_{j,i}$, $/\ i = \overline{1,n_j},\ j = \overline{1,n}\ /$ – сталі значення кутів, що визначають певний основний усталений рух (із сім'ї основних рухів, якщо такі рухи утворюють сім'ю).

3. Псевдо згортання системи диференціальних рівнянь

Проведемо псевдо згортання системи рівнянь (1). Множимо парні рівняння системи на уявну одиницю i та додаємо і віднімаємо їх від відповідних непарних рівнянь:

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} M_{\Sigma_k} (\ddot{x}_k + \ddot{y}_k i) + h_x(\dot{x}_j + \dot{y}_j i) + c_x(x_j + y_j i) + \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k}(\ddot{s}_{xk} + \ddot{s}_{yk} i) = 0,\ /\ j = p, q\ /,$$

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} M_{\Sigma_k} (\ddot{x}_k + \ddot{y}_k i) + x_j + y_j i - (1 - \tilde{z}_j)(x_p + y_p i) - \tilde{z}_j (x_q + y_q i) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k}(\ddot{s}_{xk} + \ddot{s}_{yk} i) = 0,\ /\ j = \overline{1,n},\ j \neq p, q\ /,$$

$$L_{n+j} = k_j[\ddot{s}_{xj} + \ddot{s}_{yj} i - 2\omega i(\dot{s}_{xj} + \dot{s}_{yj} i) - \omega^2(s_{xj} + s_{yj} i)] + \frac{h_j}{m_j}[\dot{s}_{xj} + \dot{s}_{yj} i - \omega i(s_{xj} + s_{yj} i)] =$$

$$= -\frac{m_j n_j}{2}[\ddot{x}_j + \ddot{y}_j i - (\ddot{x}_j - \ddot{y}_j i) b_j \cos(2\omega t + \vartheta_j) - i(\ddot{x}_j - \ddot{y}_j i) b_j \sin(2\omega t + \vartheta_j)],\ /\ j = \overline{1,n}\ /,$$

$$\bar{L}_n = 0,\ \ /\ j = \overline{1,2n}\ /. \tag{2}$$

Введемо комплексні змінні $x_{zj} = x_j + i y_j$, $s_{xyj} = s_{xj} + s_{yj} i$, $/\ j = \overline{1,n}\ /$, тоді рівняння (2) приймуть вигляд

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} M_{\Sigma_k} \ddot{x}_{zk} + h_x \dot{x}_{zj} + c_x x_{zj} + \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \ddot{s}_{xyk} = 0,\ /\ j = p, q\ /,$$

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} M_{\Sigma_k} \ddot{x}_{zk} + x_{zj} - (1 - \tilde{z}_j) x_{zp} - \tilde{z}_j x_{zq} + \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} \ddot{s}_{xyk} = 0,\ /\ j = \overline{1,n},\ j \neq p, q\ /,$$

$$L_{n+j} = k_j(\ddot{s}_{xyj} - 2\omega i \dot{s}_{xyj} - \omega^2 s_{xyj}) + \frac{h_j}{m_j}(\dot{s}_{xyj} - \omega i s_{xyj}) = -\frac{m_j n_j}{2}(\ddot{x}_{zj} - \ddot{\bar{x}}_{zj} b_j e^{(2\omega t + \vartheta_j) i}),\ /\ j = \overline{1,n}\ /,$$

$$\bar{L}_j = 0,\ \ /\ j = \overline{1,2n}\ /. \tag{3}$$

4. Обезрозмірення системи рівнянь

Приведемо систему рівнянь (3) до безрозмірного вигляду. Введемо безрозмірний час $\tilde{\tau}$

$$\tilde{\tau} = \omega_0 t\,,\ \dot{f} = \frac{df}{d\tilde{t}} = \omega_0 \frac{df}{d\tilde{\tau}} = \omega_0 f',\ \ddot{f} = \frac{d\dot{f}}{d\tilde{t}} = \omega_0 \frac{d(\omega_0 f')}{d\tilde{\tau}} = \omega_0^2 \frac{df'}{d\tilde{\tau}} = \omega_0^2 f''$$

і безрозмірні комплексні змінні

$$\tilde{x}_{zj} = \frac{x_{zj}}{l_x},\ \tilde{s}_{xyj} = \frac{s_{xyj}}{l_s},\ /\, j = \overline{1,n}\,/\,.$$

Тоді рівняння (3) приймуть вигляд

$$L_j = l_x\left(\omega_0^2 \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} M_{\Sigma_k} \tilde{x}''_{zk} + \omega_0 h_x \tilde{x}'_{zj} + c_x \tilde{x}_{zj}\right) + \omega_0^2 l_s \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \tilde{s}''_{xyk} = 0,\ /\, j = p,q\,/\,,$$

$$L_j = l_x\left(\omega_0^2 \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} M_{\Sigma_k} \tilde{x}''_{zk} + \tilde{x}_{zj} - (1-\tilde{z})\tilde{x}_{zp} - \tilde{z}\tilde{x}_{zq}\right) + \omega_0^2 l_s \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} \tilde{s}''_{xyk} = 0,\ /\, j = \overline{1,n},\ j \neq p,q\,/,$$

$$L_{n+j} = l_s\left(k_j(\omega_0^2 \tilde{s}''_{xyj} - 2\omega\omega_0 i\tilde{s}'_{xyj} - \omega^2 \tilde{s}_{xyj}) + \frac{h_j}{m_j}(\omega_0 \tilde{s}'_{xyj} - \omega i \tilde{s}_{xyj})\right) =$$

$$= -\frac{m_j n_j l_x \omega_0^2}{2}\left[\tilde{x}''_{zj} - \overline{\tilde{x}}''_{zj} b_j e^{\left(2\frac{\omega}{\omega_0}\tilde{\tau} + \vartheta_j\right)i}\right],\ /\, j = \overline{1,n}\,/,$$

$$\overline{L}_j = 0,\ /\, j = \overline{1,2n}\,/\,. \tag{4}$$

В системі (4) рівняння $L_j = 0,\ \overline{L}_j = 0,\ /\, j = p,q\,/$ поділимо на $l_x \omega_0^2 M_\Sigma$ ($M_\Sigma = \sum_{k=1}^{n} M_{\Sigma_k}$), рівняння $L_j = 0,\ \overline{L}_j = 0$, $/\, j = \overline{1,n},\ j \neq p,q\,/$ – на l_x, а – $L_{n+j} = 0$, $\overline{L}_{n+j} = 0,\ /\, j = \overline{1,n}\,/$ – на $k_j l_s \omega_0^2$:

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \frac{M_{\Sigma_k}}{M_\Sigma} \tilde{x}''_{zk} + \frac{h_x}{M_\Sigma \omega_0} \tilde{x}'_{zj} + \frac{c_x}{\omega_0^2 M_\Sigma} \tilde{x}_{zj} + \frac{l_s}{l_x M_\Sigma} \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \tilde{s}''_{xyk} = 0,\ /\, j = p,q\,/\,,$$

$$L_j = \omega_0^2 \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} M_{\Sigma_k} \tilde{x}''_{zk} + \tilde{x}_{zj} - (1-\tilde{z}_i)\tilde{x}_{zp} - \tilde{z}_i \tilde{x}_{zq} + \frac{l_s}{l_x}\omega_0^2 \sum_{k=1}^{n} \delta_{j,k} \tilde{s}''_{xyk} = 0,\ /\, j = \overline{1,n},\ j \neq p,q\,/,$$

$$L_{n+j} = \tilde{s}''_{xyj} - 2\frac{\omega}{\omega_0} i\tilde{s}'_{xyj} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\tilde{s}_{xyj} + \frac{h_j}{k_j m_j \omega_0}\left(\tilde{s}'_{xyj} - \frac{\omega}{\omega_0} i\tilde{s}_{xyj}\right) =$$

$$= -\frac{m_j n_j l_x}{2 l_s k_j}\left[\tilde{x}''_{zj} - \overline{\tilde{x}}''_{zj} b_j e^{\left(2\frac{\omega}{\omega_0}\tilde{\tau} + \vartheta_j\right)i}\right],\ /\, j = \overline{1,n}\,/,$$

$$\overline{L}_j = 0,\ /\, j = \overline{1,2n}\,/\,. \tag{5}$$

Очевидним є введення наступних безрозмірних параметрів

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0},\ \tilde{h}_x = \frac{h_x}{\omega_0 M_\Sigma},\ \tilde{c}_x = \frac{c_x}{\omega_0^2 M_\Sigma},\ \tilde{M}_0 = \frac{l_s}{l_x M_\Sigma},\ \tilde{M}_j = \frac{M_{\Sigma_j}}{M_\Sigma},\ /\, j = \overline{1,n}\,/,$$

$$\tilde{h}_j = \frac{h_j}{\omega_0 m_j k_j},\ /\, j = \overline{1,n}\,/,\ \tilde{\delta}_{j,k} = \delta_{j,k}\omega_0^2 M_\Sigma,\ /\, j,k = \overline{1,n},\ j \neq p,q\,/,$$

тоді рівняння (5) приймуть вигляд

$$L_j = \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \tilde{M}_k \tilde{x}''_{zk} + \tilde{h}_x \tilde{x}'_{zj} + \tilde{c}_x \tilde{x}_{zj} + \tilde{M}_0 \sum_{k=1}^{n} \tilde{z}_{j,k} \tilde{s}''_{xyk} = 0,\ /\, j = p,q\,/\,,$$

$$L_j=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\delta}_{j,k}\tilde{M}_k\tilde{x}''_{zk}+\tilde{x}_{zj}-(1-\tilde{z}_j)\tilde{x}_{zp}-\tilde{z}_j\tilde{x}_{zq}+\tilde{M}_0\sum_{k=1}^{n}\tilde{\delta}_{j,k}\tilde{s}''_{xyk}=0,\ /\,j=\overline{1,n},\ j\neq p,q\,/,$$

$$L_{n+j}=\overline{D}^2\tilde{s}_{xyj}+\tilde{h}_j\overline{D}\tilde{s}_{xyj}=-\frac{m_jn_jl_x}{2l_sk_j}\left(\tilde{x}''_{zj}-\tilde{\overline{x}}''_{zj}b_je^{(2\tilde{\omega}\tau+\vartheta_j)i}\right),\ /\,j=\overline{1,n}\,/,\ \ \overline{L}_j=0,\ /\,j=\overline{1,2n}\,/,\qquad(6)$$

де $Dx=x'+i\tilde{\omega}x$, $\overline{D}x=x'-i\tilde{\omega}x$.

Зауважимо, що

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{M}_j=1.$$

Вибором невизначених масштабних коефіцієнтів ω_0, l_α, l_s зменшимо кількість безрозмірних параметрів. Нехай в рівняннях (6) параметри $\tilde{c}_x$ $\tilde{M}_0$ будуть рівні одиниці, тобто

$$\tilde{c}_x=\frac{c_x}{\omega_0^2M_\Sigma}=1,\ \tilde{M}_0=\frac{l_s}{l_xM_\Sigma}=1,$$

тоді

$$\omega_0=\sqrt{\frac{c_x}{M_\Sigma}}=1,\ l_x=\frac{l_s}{M_\Sigma}$$

і система приймає вигляд

$$L_j=\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}\tilde{M}_k\tilde{x}''_{zk}+\tilde{h}_x\tilde{x}'_{zj}+\tilde{x}_{zj}+\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}\tilde{s}''_{xyk}=0,\ /\,j=p,q\,/,$$

$$L_j=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\delta}_{j,k}\tilde{M}_k\tilde{x}''_{zk}+\tilde{x}_{zj}-(1-\tilde{z}_j)\tilde{x}_{zp}-\tilde{z}_j\tilde{x}_{zq}+\sum_{k=1}^{n}\tilde{\delta}_{j,k}\tilde{s}''_{xyk}=0,\ /\,j=\overline{1,n},\ j\neq p,q\,/,$$

$$\overline{L}_j=0,\ /\,j=\overline{1,n}\,/,\qquad(7)$$

$$L_{n+j}=\overline{D}^2\tilde{s}_{xyj}+\tilde{h}_j\overline{D}\tilde{s}_{xyj}=-\frac{m_jn_j}{2k_jM_\Sigma}[\tilde{x}''_{zj}-\tilde{\overline{x}}''_{zj}b_je^{(2\tilde{\omega}\tau+\vartheta_j)i}],\ \overline{L}_{n+j}=0,\ /\,j=\overline{1,n}\,/.\qquad(8)$$

Вводимо параметр

$$\tilde{m}_j=\frac{m_jn_j}{2k_jM_\Sigma},\ \ \tilde{m}_j<<1,\ /\,j=\overline{1,n}\,/,$$

тоді рівняння (8) приймуть вигляд

$$L_{n+j}=\overline{D}^2\tilde{s}_{xyj}+\tilde{h}_j\overline{D}\tilde{s}_{xyj}=-\tilde{m}_j[\tilde{x}''_{zj}-\tilde{\overline{x}}''_{zj}b_je^{(2\tilde{\omega}\tau+\vartheta_j)i}],\ \overline{L}_{n+j}=0,\ /\,j=\overline{1,n}\,/.\qquad(9)$$

Система рівнянь (7), (9) нестаціонарна.

5. Диференціальні рівняння руху роторної системи у рухомій системі координат

Перейдемо в системі рівнянь (7), (9) до рухомої системи координат $O\xi\eta Z$ жорстко зв'язаної з ротором, яка є результатом повороту системи координат $OXYZ$ навколо осі OZ на кут $\tilde{\omega}\tau$. Тоді

$$\tilde{x}_{zj}=\xi_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ \tilde{x}'_{zj}=D\xi_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ \tilde{x}''_{zj}=D^2\xi_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ /\,j=\overline{1,n}\,/,$$

$$\tilde{s}_{xyj}=s_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ \tilde{s}'_{xyj}=Ds_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ \tilde{s}''_{xyj}=D^2s_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i},\ /\,j=\overline{1,n}\,/$$

і система (7), (9) приймає вигляд

$$L_j=e^{\tilde{\omega}\tau i}\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}\tilde{M}_kD^2\xi_{zk}+\tilde{h}_xD\xi_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i}+\xi_{zj}e^{\tilde{\omega}\tau i}+e^{\tilde{\omega}\tau i}\sum_{k=1}^{n}\tilde{z}_{j,k}D^2s_{zk}=0,\ \overline{L}_j=0,\ /\,j=p,q\,/,$$

$$L_j = e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}\sum_{k=1}^{n}\widetilde{\delta}_{j,k}\widetilde{M}_k D^2\xi_{zk} + e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}[\xi_{zj} - (1-\widetilde{z}_j)\xi_{zp} - \widetilde{z}_j\xi_{zq}] +$$

$$+ e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}\sum_{k=1}^{n}\widetilde{\delta}_{j,k}D^2 s_{zk} = 0, \quad \overline{L}_j = 0, \ / j = \overline{1,n}, \ j \neq p,q /,$$

$$L_{n+j} = e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}D^2 s_{zj} - 2\widetilde{\omega}ie^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}Ds_{zj} - \widetilde{\omega}^2 e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}s_{zj} + \widetilde{h}_j[e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}Ds_{zj} - \widetilde{\omega}ie^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}s_{zj}] =$$

$$= -\widetilde{m}_j[D^2\xi_{zj}e^{\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i} - \overline{D}^2\overline{\xi}_{zj}e^{-\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}b_j e^{(2\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}+\vartheta_j)i}], \ \overline{L}_{n+j} = 0, \ / j = \overline{1,n} / \qquad (10)$$

або спростивши і помноживши всі рівняння (10) на $e^{-\widetilde{\omega}\widetilde{\tau}i}$

$$L_j = \sum_{k=1}^{n}\widetilde{z}_{j,k}\widetilde{M}_k D^2\xi_{zk} + \widetilde{h}_x D\xi_{zj} + \xi_{zj} + \sum_{k=1}^{n}\widetilde{z}_{j,k}D^2 s_{zk} = 0, \ \overline{L}_j = 0, \ / j = p,q /,$$

$$L_j = \sum_{k=1}^{n}\widetilde{\delta}_{j,k}\widetilde{M}_k D^2\xi_{zk} + \xi_{zj} - (1-\widetilde{z}_j)\xi_{zp} - \widetilde{z}_j\xi_{zq} + \sum_{k=1}^{n}\widetilde{\delta}_{j,k}D^2 s_{zk} = 0, \ \overline{L}_j = 0, \ / j = \overline{1,n}, \ j \neq p,q /, \qquad (11)$$

$$L_{n+j} = s''_{zj} + \widetilde{h}_j s'_{zj} = -\widetilde{m}_j(D^2\xi_{zj} - \overline{D}^2\overline{\xi}_{zj}b_j e^{\vartheta_j i}), \ \overline{L}_{n+j} = 0, \ / j = \overline{1,n} /. \qquad (12)$$

Система (11), (12) є замкнутою системою $4n$ звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно комплексних змінних ξ_{zj}, s_{zj}, $/ j = \overline{1,n} /$. Вона залежить від $(n^2 + 9n)/2$ незалежних безрозмірних параметрів

$$\widetilde{\delta}_{k,j}, \ / j = \overline{1,n-2}, k = \overline{1,j} /, \widetilde{M}_j, \widetilde{h}_j, \widetilde{m}_j, b_j, \vartheta_j, / j = \overline{1,n} /, \widetilde{z}_j, \ / j = \overline{1,n-2} /, \ \widetilde{h}_x, \ \widetilde{\omega}.$$

6. Частинний випадок системи (11)–(12)

Розглянемо тримасову модель гнучкого ротора з крайніми опорними точками і відсутнім АБ в неопорній точці. Тоді $n = 3$, $p = 1, q = 3$і система (11)–(12) приймає вигляд

$$L_1 = \widetilde{M}_1 D^2\xi_{z1} + (1-\widetilde{z}_2)\widetilde{M}_2 D^2\xi_{z2} + \widetilde{h}_x D\xi_{z1} + \xi_{z1} + D^2 s_{z1} = (1-\widetilde{z}_2)\widetilde{\omega}\widehat{s}_{z2}, \ \overline{L}_1 = 0,$$

$$L_2 = \widetilde{\delta}_{2,2}\widetilde{M}_2 D^2\xi_{z2} + \xi_{z2} - (1-\widetilde{z}_2)\xi_{z1} - \widetilde{z}_2\xi_{z3} = \widetilde{\delta}_{2,2}\widetilde{\omega}^2\widehat{s}_{z2}, \quad \overline{L}_2 = 0,$$

$$L_3 = \widetilde{z}_2\widetilde{M}_2 D^2\xi_{z2} + \widetilde{M}_3 D^2\xi_{z3} + \widetilde{h}_x D\xi_{z3} + \xi_{z3} + D^2 s_{z3} = \widetilde{z}_2\widetilde{\omega}^2\widehat{s}_{z2}, \ \overline{L}_3 = 0,$$

$$L_{3+j} = s''_{zj} + \widetilde{h}_j s'_{zj} = -\widetilde{m}_j(a_j - \overline{a}_j b_j e^{\vartheta_j i}), \ \overline{L}_{3+j} = 0, \ / j = 1,3 /.$$

Остання система є системою 10-ти звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно 5-ти комплексних змінних ξ_{z1}, ξ_{z2}, ξ_{z3}, s_{z1}, s_{z3} і 15-ти незалежних безрозмірних параметрів $\widetilde{\delta}_{2,2}, \widetilde{M}_j, / j = \overline{1,3} /, \widetilde{h}_j, \widetilde{m}_j, b_j, \vartheta_j$, $/ j = 1,3 /, \widetilde{z}_2, \widetilde{h}_x, \widetilde{\omega}$.

Висновки. У рамках n-масової дискретної моделі гнучкого двоопорного ротора з пасивними автобалансирами можна зробити наступні висновки:

1) стійкість основних рухів ротора описує система $4n$ звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку із сталими коефіцієнтами, що містить $(n^2 + 9n)/2$ незалежних безрозмірних параметрів;

2) у випадку трьохмасової моделі стійкість основних рухів ротора описує система 10 звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку із сталими коефіцієнтами, що містить 15 незалежних безрозмірних параметрів.

Список літератури

1. Філімоніхін Г.Б. Дискретна модель гнучкого ротора з пасивними авто балансирами / Філімоніхін Г.Б., Гончаров В.В. // Український міжвідомчий науково-технічний збірник „Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні”, 2011. – Вип. 45.

2. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. / Симоновский В.И. – Харьков: Изд. «Вища школа», 1986. – 128с.
3. Симоновский В.И. Динамика роторов центробежных машин. / Симоновский В.И. – Суми: Вид-во СумДУ, 2002. – 143с.
4. Гадяка В.Д. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибрации / В.Г. Гадяка, Д.В. Лейких, В.И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение,-2010. – № 2(20). – С. 48-50.
5. Лейких Д.В. Ідентифікація причин збудження несинхронних коливань роторів турбокомпресорів і способи зниження їх амплітуд: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.02.09 / Д.В. Лейких; Сумський державний університет, Суми, 2011. – 24 с
6. Філімоніхін Г.Б. Методика складання диференціальних рівнянь руху роторних систем з автобалансирами і її застосування до системи ротор – масивний корпус - автобалансир / Філімоніхін Г.Б., Гончаров В.В. // Збірник наукових праць КНТУ, 2009, Вип. 22, С. 357–363.
7. Філімоніхін Г.Б. Диференціальні рівняння руху системи, складеної з незрівноваженого ротора з нерухомою точкою, корпуса і автобалансира / Філімоніхін Г.Б., Гончаров В.В. // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 40, Ч. II – Кіровоград; КНТУ, 2010 р. С. 86–93.

Г. Филимонихин, В. Гончаров

Дифференциальные уравнения для исследования устойчивости основных движений гибкого двухопорного ротора с пассивными автобалансирами

Получена в безразмерном виде псевдосвернутая замкнутая система дифференциальных уравнений для исследования устойчивости основных движений гибкого неуравновешенного ротора на двух податливых опорах с автробалансирами. Рассмотрен частный случай – трехмасовая модель ротора.

G. Filimonikhin, V. Goncharov

Differential equations for investigation of motions stability of flexible double-seat rotor with passive self-balance devices

The pseudo folded closed system of differential equations in dimensionless form has been obtained for investigation of motion stability of flexible unbalanced rotor on two foil bearings with self-balance devices. As particular case, the three-mass model of rotor has been examined.

Отримано 19.09.11