

УДК 531.1

М.М. Мельніченко, асп., І.А. Валявський, канд. техн. наук, В.М. Кропівний, проф.,  
канд. техн. наук

*Кіровоградський національний технічний університет*

## Кінематичний аналіз механізмів паралельної структури типу «дельта»

В статті розглянуто актуальну проблему вирішення зворотної задачі кінематики механізму паралельної структури типу «дельта». Отримані результати можуть бути використані для керування обладнанням побудованого на механізмах подібного типу.

**механізм паралельної структури, дельта, зворотна задача кінематики, теорія гвинтового счислення, кути Ейлера**

**Вступ.** Компоновки технологічного обладнання з паралельною кінематикою типу «дельта» (рис. 1) з'явилися на початку 80-х років [1], коли професор Реймон Клавелль використав паралелограмні конструкції для побудови механізму паралельної структури.

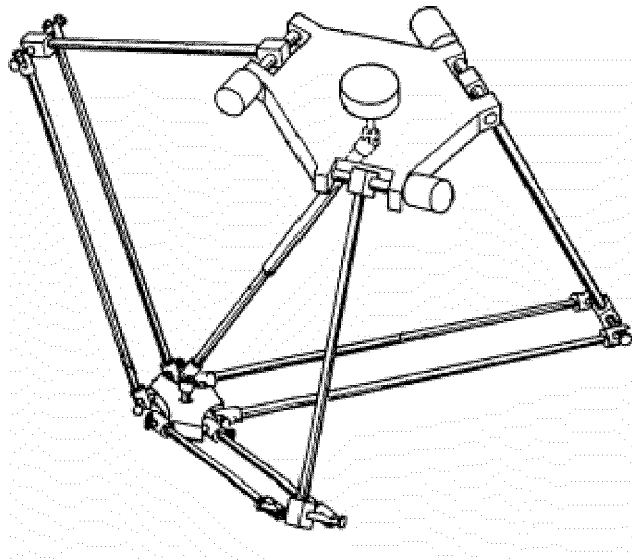


Рисунок 1 - Загальний вид механізму типу «дельта»

Характерною особливістю механізму типу «дельта» є застосування паралелограмних конструкцій, які складаються з двох попарно-паралельних шарнірно з'єднаних штанг постійної довжини, одним кінцем з'єднаних з рухомою платформою (виконавчим органом), а іншим – з приводом. Три таких паралелограмних кінематичних ланок забезпечують три ступені вільності виконавчому органу, високу точність його позиціонування та жорсткість конструкції.

У таких механізмах приводи переміщень кінематичних ланок розміщені на нерухомій несучій системі, що обумовлює значне зменшення рухомих мас механізму та дозволяє їм досягти величини прискорень до 50g (в експериментальних моделях) та 10-\_\_\_\_\_

© М.М. Мельніченко, І.А. Валявський, В.М. Кропівний, 2012

12g (у виробничому технологічному обладнанні).

Крім того, кінематичні ланки механізму у вигляді паралелограмів забезпечують точну орієнтацію виконавчого органу у просторі.

Наведені властивості механізмів «дельта» обумовили їх інтенсивний розвиток за останні двадцять років.

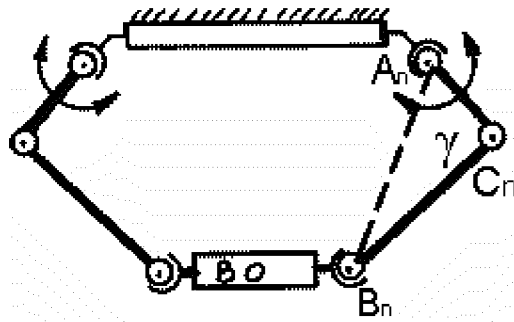


Рисунок 2 – Спрощена кінематична схема механізму типу «дельта»

Перетворення руху реалізується шляхом примусового обертання рухомих шарнірів  $A_n$  (рис. 2) змонтованих на нерухкій основі. Три кути шарнірів  $A_n$  відносно нерухкої основи однозначно визначають положення рухомих платформ.

**Постановка задачі.** В літературних джерелах [1, 2, 3] недостатньо розглянуто вирішення зворотної задачі кінематики для механізмів типу дельта, що обумовлює актуальність проведення кінематичного аналізу подібних механізмів. В статті пропонується вирішення цієї задачі за допомогою теорії гвинтового числення.

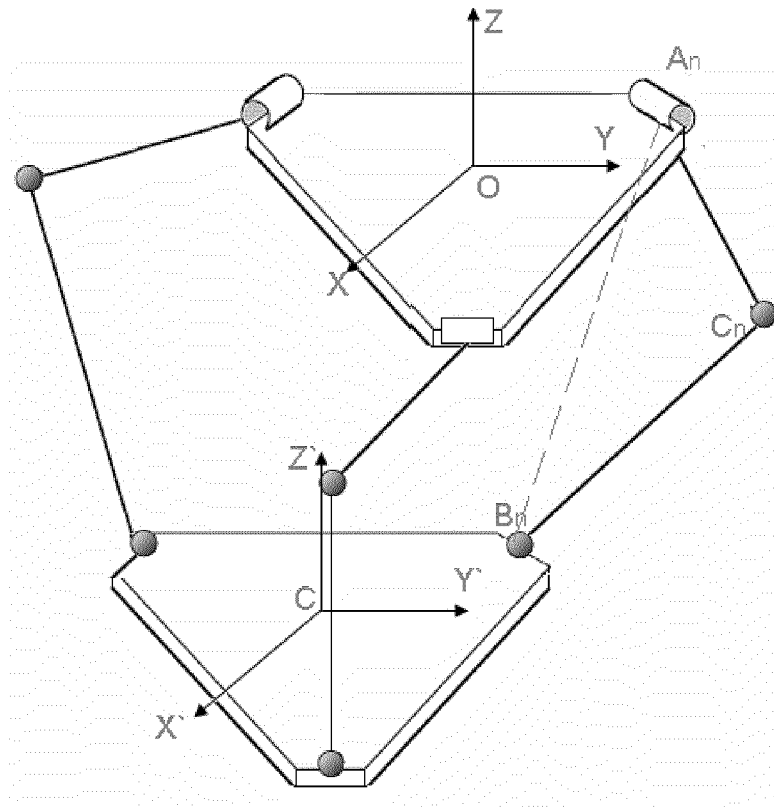


Рисунок 3 – Кінематична схема механізму типу «дельта»

На рис. 3 наведено кінематичну схему механізму типу «дельта» і пов'язані з нею системи координат:  $OXYZ$  – нерухома система координат,  $CX'Y'Z'$  – рухома система координат пов'язана з рухомою платформою. Введемо наступні позначення:  $A_n$  – примусово обертальні шарніри,  $B_n, C_n$  – пасивні сферичні шарніри,  $A_n C_n, C_n B_n$  – штанги постійної довжини,  $\varphi_n$  – кут між штангою  $A_n C_n$  і площиною  $OXY$ .

Для визначення положення тіла в просторі можна скористатися комплексними ейлеровими кутами [5], які характеризуються гвинтовими переміщеннями тіла (рис. 4). Якщо відомі всі комплексні кути ейлера, на які тіло здійснило рух, то також можна знайти кінцевий гвинт переміщення тіла. Позначимо цей гвинт як  $\theta$ .

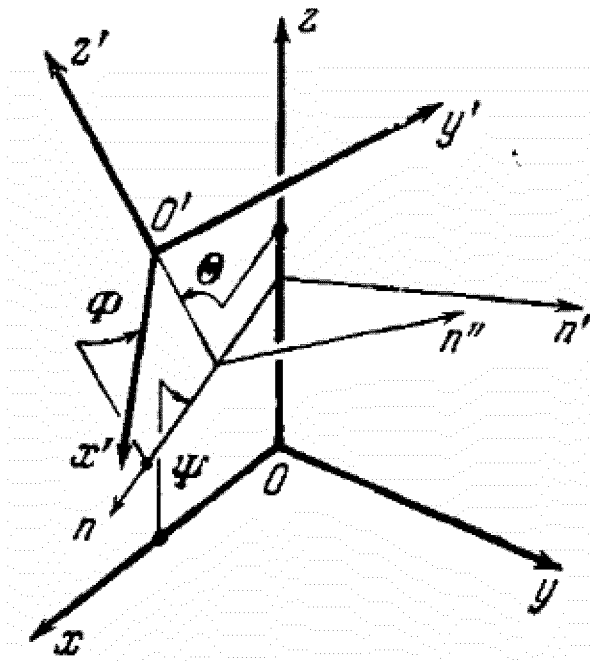


Рисунок 4 – Преміщення рухомої системи координат на комплексні ейлерові кути

Таким чином вирішення зворотної задачі кінематики для механізму типу «дельта» зводиться до визначення кута  $\varphi_n$  при відомому кінцевому гвинті переміщення  $\theta$ .

**Основний матеріал.** Для початку розглянемо трикутник, який утворюють шарніри  $A_n C_n B_n$  (рис. 2), оскільки довжина штанг  $A_n C_n$  і  $C_n B_n$  постійна. Також з конструкції відомі координати шарнірів  $A_n$  та  $B_n$  в початковому положенні виконавчого органу. Знайдемо положення шарнірів  $B_n$  після переміщення  $BO$  на гвинт  $\theta$  [5]:

$$\dot{B}_n = B_n + \frac{2\theta}{1+\theta^2} \times (B_n + \theta \times B_n) , \quad (1)$$

де  $B_n$  – координати шарніру  $B_n$  в початковому положенні системи  $CX'Y'Z'$ ;

$\theta$  – гвинт кінцевого переміщення;

$\dot{B}_n$  – координати шарніру;

$B_n$  після переміщення системи  $CX'Y'Z'$  на гвинт  $\theta$ .

Маючи координати  $B_n$  ми можемо знайти довжину  $A_n B_n$  за формулою:

$$A_n B_n = [(x_{A_n} - x_{B_n})^2 + (y_{A_n} - y_{B_n})^2 + (z_{A_n} - z_{B_n})^2]^{\frac{1}{2}} , \quad (2)$$

де  $x_{A_n}, y_{A_n}, z_{A_n}$  – координати шарніру  $A_n$  в системі координат  $CX'Y'Z'$ ;

$x_{B_n}, y_{B_n}, z_{B_n}$  – координати шарніру  $B_n$  в системі координат  $CX'Y'Z'$  після переміщення на кути ейлера.

Оскільки довжини штанг  $A_n C_n, C_n B_n$  постійні, а відстань між  $A_n$  і  $B_n$  вже визначена (2), то за допомогою теореми косинусів [6] можна визначити кут між сторонами  $A_n B_n$  та  $A_n C_n$ :

$$\gamma = \arccos \left( \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) , \quad (3)$$

де  $a$  – довжина сторони  $C_n B_n$ ;

$b$  – довжина сторони  $A_n C_n$ ;

$c$  – довжина сторони  $A_n B_n$ .

Також маючи координати  $A_n$  та  $B_n$  та рівняння площини  $OXY$  можна визначити кут  $\varphi$  між вектором  $A_n B_n$  та площиною нерухомої платформи за формулою:

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{1 \cdot (z_{An} - z_{Bn})}{1 \cdot \sqrt{(x_{An} - x_{Bn})^2 + (y_{An} - y_{Bn})^2 + (z_{An} - z_{Bn})^2}} \right), \quad (4)$$

де  $x_{An}, y_{An}, z_{An}$  – координати шарніру  $A_n$ ,  $x_{Bn}, y_{Bn}, z_{Bn}$ .

Різниця між кутами  $\varphi$  і  $\gamma$  буде відповідати куту повороту шарніра  $A_n$ :

**Висновки.** За допомогою теорії гвинтів ефективно вирішуються завдання на визначення параметрів кінцевого положення твердих тіл. Отже, теорія гвинтового числення може бути вдало застосована при моделюванні механізмів з паралельними кінематичними зв'язками.

Отримані результати можуть бути використані при створенні та автоматизації систем навігації механізмів типу «дельта».

## Список літератури

1. В.А Крижанівський Технологічне обладнання за паралельною кінематикою / В.А Крижанівський Ю.М. Кузнецов І.А Валявський Р.А Склярів; Кіровоград: Імекс ЛТД, 2004. - 439 с.
2. В.Л. Афонин Обработкающее оборудование нового поколения. Концепция проектирования /В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е Ковалев и др.; под ред В.Л. Афонин. – М.: Машиностроение, 2001. – 256с.
3. В.А Глазунов Пространственные механизмы параллельной структуры / В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, А.Ф. Крайнев. – М.: Наука, 1991. – 95с.
4. С.М Єжов Класична механіка / Єжов С.М. Макарець М.В. К.:ВПЦ Київський університет, 2008.
5. Ф.М. Диментберг. Винтовое исчисление и его приложения в механике / Ф.М. Диментберг, - М.: Наука, 1965. – 320 С.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике/ М.Я. Выгодский. – М.: Физматгиз, 1963. – 872с.

*Н. Мельниченко, І. Валявський, В.Кропивний*

### **Кинематический анализ механизмов параллельной структуры типа «дельта»**

В статье рассмотрено актуальную проблему решения обратной задачи кинематики механизма параллельной структуры типа «дельта». Полученные результаты могут быть использованы для управления оборудованием построенного на механизмах подобного типа.

*N. Melnychenko, I. Valyavsky, V.Kropivniy*

### **Kinematic analysis of mechanisms of parallel structure of the "delta"**

In the article the actual problem solving inverse kinematics problem of the mechanism of parallel structures such as "delta". The results can be used to control equipment built on the mechanisms of this type.

Одержано 18.05.12