

УДК 631.331

С.М. Хомич, інж.

Луцький національний технічний університет

Моделювання процесу руху бульбашки повітря у середовищі сапропелю

У статті наведена модель руху бульбашки повітря в середовищі сапропелю у вигляді системи диференціальних рівнянь. На основі розв'язку системи числовим методом побудовано траєкторію руху бульбашки повітря у воді.

сапропель, повітря, пристрій, добування, траєкторія

Постановка проблеми. Використання пневматичного (ерліфтного) пристрою [1] для добування озерних сапропелів значно спрощує та здешевлює технологічний процес розробки сапропелевих родовищ. Даний пристрій має ряд переваг в порівнянні з іншими, які забезпечують добування сапропелю природної вологості. Основною з них є

© С.М. Хомич, 2012

розрихлення сапропелевих покладів потоком стиснутого повітря за рахунок чого відбувається зменшення енергетичних та матеріальних витрат на отримання сільськогосподарського матеріалу – органічного сапропелю. Але серед відомих досліджень відсутні математичні моделі процесів, що відбуваються у забірній частині пневматичного пристрою для добування сапропелю

Аналіз останніх досліджень. Більшість теоретичних досліджень, що спрямовані на вивчення руху потоку стиснутого повітря в рідині обмежуються вивченням руху одиначної бульбашки.

У відповідності до [6] процес виходу стиснутого повітря через отвори кільцевого напірного трубопроводу супроводжується формуванням струменю, який в процесі руху подрібнюється на окремі бульбашки різного об'єму, що піднімаються у висхідному напрямку. Дана сапропелеповітряна суміш утворює бульбашкову структуру руху двофазного середовища у середині змішувача, тобто забірної частини пристрою.

Вивчення бульбашкового процесу, як початкового в пневматичному (ерліфтному) пристрої дозволяє сформуванню достовірну базу для подальшого теоретичного дослідження та моделювання структури і режиму руху, що формується всередині транспортуючого трубопроводу та являється основою при дослідженні динаміки газорідних сумішей.

Авторами [2, 3, 4, 5] встановлено, що на бульбашку газу чи пари, що спливають в рідині, діють підйомна сила, викликана градієнтом тиску в напрямку руху бульбашки, сила опору рідини оточуючої бульбашку та сила поверхневого натягу. Дані дослідження описували умови піднімання бульбашки в рідині лише у вертикальній площині.

Метою роботи є розробка моделі руху бульбашки повітря в сапропелевому середовищі, яка виходить з сопла пристрою, що розташоване під довільним кутом до осі Ox згідно (рис. 1).

Результати досліджень. Розглянемо рух бульбашки масою m , що піднімається у сапропелевому середовищі з глибини H . Початкова швидкість бульбашки задана її проекціями V_{ox} та V_{oy} на осі Ox і Oy декартової системи координат Oxy (рис. 1).

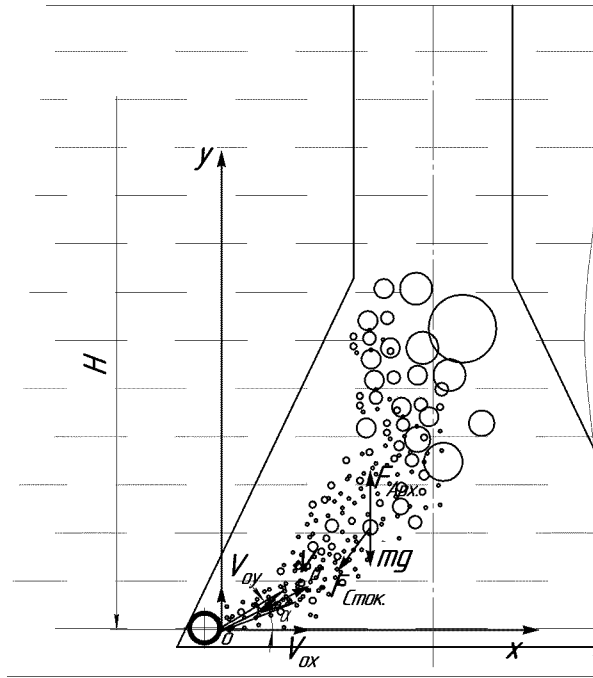


Рисунок 1 - Розрахункова схема

На бульбашку діють:

- сила ваги mg ;
- виштовхувальна сила Архімеда $F_{Аrx}$;
- сила лобового опору (сила Стокса) $F_{Сток.}$

Відповідно до формули Бернуллі тиск повітря в бульбашці дорівнюватиме

$$P = p_{атм} + \rho g(H - y) + \rho \frac{V^2}{2}, \quad (1)$$

де $V^2 = \mathcal{X} + \mathcal{Y}$ – квадрат швидкості руху бульбашки;

ρ – густина рідини;

$p_{атм}$ – атмосферний тиск;

g – прискорення вільного падіння.

Відповідно до рівняння Менделєєва-Клапейрона об'єм бульбашки дорівнює

$$V = \frac{m}{\mu \cdot p} RT, \quad (2)$$

де m – маса бульбашки;

μ – молярна маса повітря;

R – універсальна газова стала;

T – температура бульбашки.

Підставивши (1) в (2) отримаємо

$$V = \frac{2mRT}{\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H - y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))}. \quad (3)$$

Виштовхувальна сила Архімеда дорівнює

$$F_{Apx} = \rho g V . \quad (4)$$

З урахуванням (3) формула (4) набуде вигляду

$$F_{Apx} = \frac{2mg\rho RT}{\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))} . \quad (5)$$

Для обчислення сили Стокса, що діє на бульбашку, умовно вважатимемо останню кулькою радіусом a , який відповідно до (3) дорівнює

$$a = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3mRT}{2\pi\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))}} . \quad (6)$$

Тоді сила Стокса становитиме

$$\overset{r}{F}_{Сток} = -6\pi\eta a \overset{r}{V} = -6\pi\eta \overset{r}{V} \sqrt[3]{\frac{3mRT}{2\pi\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))}} , \quad (7)$$

де η – в'язкість рідини.

Відповідно до II закону Ньютона

$$m\overset{r}{a} = m\overset{r}{g} + \overset{r}{F}_{Apx} + \overset{r}{F}_{Сток} . \quad (8)$$

З урахуванням (5) та (7) формула (8) у проекціях на осі координат набуде вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} m\overset{r}{\mathcal{X}} = -6\pi\eta\overset{r}{\mathcal{X}} \sqrt[3]{\frac{3mRT}{2\pi\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))}} \\ m\overset{r}{\mathcal{Y}} = -mg + \frac{2mg\rho RT}{\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))} - \\ -6\pi\eta\overset{r}{\mathcal{Y}} \sqrt[3]{\frac{3mRT}{2\pi\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(\mathcal{X} + \mathcal{Y}))}} \end{array} \right. \quad (9)$$

Для даної системи початкові умови наступні

$$x_0 = 0 , \quad y_0 = 0;$$

$$\overset{r}{\mathcal{X}}_0 = V_{ox} , \quad \overset{r}{\mathcal{Y}}_0 = V_{oy};$$

$$V_{ox} = v_e \cos \alpha , \quad V_{oy} = v_e \sin \alpha . \quad (10)$$

Згідно формули Лавалля

$$v_e = \sqrt{\frac{TR}{M} \frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (11)$$

де $p_e = p_{атм} + \rho g H$ - тиск на глибині (виходу);

$p = 1.005 p_e$ тиск подачі (входу).

Виразимо з (2) масу бульбашки через її об'єм V_0 при абсолютному тиску $p_{атм}$

$$m = \frac{\mu p_{атм} V_0}{RT}. \quad (12)$$

Підставивши (12) в (9) отримаємо

$$\begin{cases} \ddot{x} = -6\pi\eta \frac{RT}{\mu} x \sqrt{\frac{3}{2\pi p_{атм}^2 V_0^2 (2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(x+y))}} \\ \ddot{y} = -g + \frac{2g\rho RT}{\mu(2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(x+y))} \\ -6\pi\eta \frac{RT}{\mu} y \sqrt{\frac{3}{2\pi p_{атм}^2 V_0^2 (2p_{атм} + 2\rho g(H-y) + \rho(x+y))}} \end{cases} \quad (13)$$

Система диференціальних рівнянь (13) разом з початковими умовами (10) розв'язана числовим методом Рунге-Кутта 4-ого порядку в середовищі Maple. Розв'язок відображений у вигляді графічних залежностей траєкторії руху бульбашки повітря, що виходить з сопла у воду, із змінними кутами нахилу сопла відносно осі Ox (рис. 2).

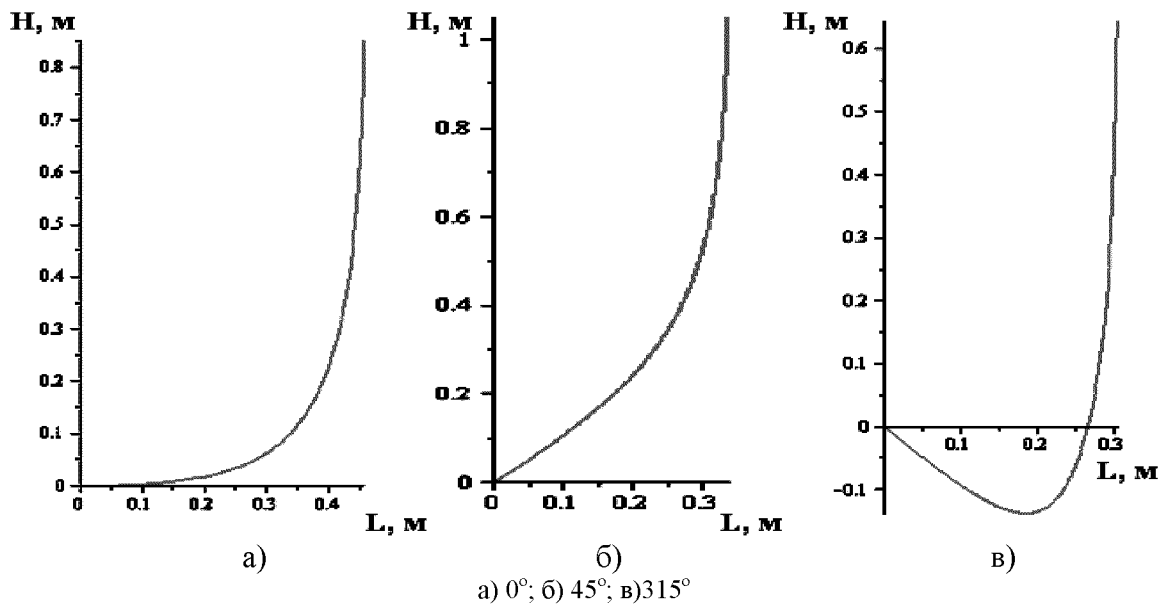


Рисунок 2 - Графіки руху виходу бульбашки повітря з сопла під кутом

Вихідні дані, які використовувались під час розрахунку: $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$,
 $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; $T = 293\text{К}$; $p_{\text{атм}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{Па}$; $g = 9.81 \text{м/с}^2$; $\eta = 1,002 \text{мПа}$;
 $c = 10^{-3} \text{Па с}$ (для води при 20°C); $\rho = 10^3 \text{кг/м}^3$

Висновок. Адекватність отриманої моделі підтверджується відповідністю розрахункової траєкторії руху бульбашки повітря у воді траєкторіям отриманим під час експериментальних досліджень. Але для використання даної моделі за розрахунку траєкторії руху бульбашки повітря у сапропелі необхідні адекватні значення в'язкості даного матеріалу.

Список літератури

1. Пат. 51535 України, МПК E02F3/08. Забірний пристрій / Цизь І.Є., Хомич С.М. - № u200913475; Заявл. 24.12.2009; Опубл. 26.07.2010. Бюл. №14. - 3 с.
2. Кутателадзе С.С. Гидродинамика газожидкостных систем. - М.: Энергия, 1976.
3. Соу С. Гидродинамика многофвзных систем. -М.: Мир, 1971.
4. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред.: Наука, 2000. -359 с.
5. Энциклопедия эрлифтов / Папаяни Ф.А., Кононенко А.П., Козыряцкий Л.Н. и др.-Донецк,Москва: «Информсвязьиздат», 1995.
6. Хомич С.М., Цизь І.Є. Дослідження продуктивності пневматичного забірного пристрою для добування сапропелю / Сільськогосподарські машини: Зб. наук. статей. - Вип. 20. - Луцьк: Ред.-вид. відділ ЛНТУ, 2010. - С. 355-361.

С. Хомич

Моделирование процесса движения пузырька воздуха в среде сапропеля

В статье приведена модель движения пузырька воздуха в среде сапропеля в виде системы дифференциальных уравнений. На основе решения системы численным методом построены траектории движения пузырька воздуха в воде.

S. Homich

Design of process of motion of bubble of air in the environment of sapropel

In the article the model of motion of bubble of air is resulted in the environment of sapropel as a system of differential equalizations. On the basis of decision of the system a numeral method the trajectories of motion of bubble of air are built in water.

Одержано 25.10.12