**УДК 621.88**

**Р.С. Грудовий, асп.**
*Житомирський національний агроекологічний університет*

# Моделювання характеру навантаження на гвинтові робочі органи

Розроблено методику встановлення характеру навантаження на шнек по його довжині у гвинтовому транспортері. Виведено аналітичну залежність визначення реального значення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення гвинтової транспортно-технологічної системи й тертя в опорах. Визначено і побудовано ряд залежностей величини крутного моменту на шнеку при встановленому русі вантажу від різноманітних параметрів.
**шнек, гвинтові транспортно-технологічні системи, навантаження, величина крутного моменту, частинка**

### *Умовні позначення*

$x_A$, $y_A$, $z_A$, – координати частинки;

$u$ – радіальний параметр частинки;

$\theta$ – кутовий параметр частинки;

$T_n$– початковий крок шнека;

$\Delta T$ – приріст кроку шнека на одному витку;

$\omega$ – кутова швидкість обертання шнека;

$N_{1x}$, $N_{1y}$, $N_{1z}$ – проекції нормальної реакції від поверхні шнека відповідно на осі x, y, z;

$N_{2x}$, $N_{2y}$, $N_{2z}$ – проекції нормальної реакції від поверхні кожуха шнека відповідно на осі x, y, z;

$F_{1x}$, $F_{1y}$, $F_{1z}$ – проекції сили тертя між частинкою та поверхнею шнека відповідно на осі x, y, z;

$F_{2x}$, $F_{2y}$, $F_{2z}$ – проекції сили тертя між частинкою та поверхнею кожуха шнека

© Р.С. Грудовий, 2012

відповідно на осі x, y, z;

$m$ – маса частинки;

$G_x$, $G_y$, $G_z$, – проекції сили ваги відповідно на осі x, y, z;

$N_1$, $N_2$ – нормальні реакції відповідно від поверхонь гвинта та кожуха шнека;

$\vec{n}$ – вектор нормалі;

$F_1$, $F_2$ – сили тертя, що виникають між частинкою і відповідно поверхнею гвинта та кожуха шнека;

$\mu_1$ – коефіцієнт тертя між частинкою і поверхнею шнека;

$\mu_2$ – коефіцієнт тертя між частинкою і поверхнею кожуха шнека ;

$\dot{s}_1$ - модуль швидкості руху частинки по шнеку;

$\dot{s}_2$ – модуль швидкості руху частинки по поверхні кожуха шнека;

$\dot{x}_2$, $\dot{y}_2$, $\dot{z}_1$, – відносна швидкість руху частинки відносно x, y, z;

$\mu_{01}$, $\mu_{02}$ – початкове значення коефіцієнтів тертя відповідно на шнеку і на поверхні кожуха;

$k$ – коефіцієнт, що враховує величину зміни коефіцієнта тертя залежно від швидкості руху частинки;

$\dot{x}_A$, $\dot{y}_A$, $\dot{z}_A$, - проекції швидкості руху частинки на осі координат;

$\dot{x}_{1u}$, $\dot{y}_{1u}$, $\dot{z}_{1u}$ – проекції швидкості руху шнека на осі координат;

$\alpha$ – кут нахилу витків шнека;

$\gamma$ – кут нахилу осі шнека;

$\rho$ – густина потоку вантажу;

$B$ – ширина проміжку між сусідніми витками;

$h$ – висота потоку у витку;

$r_i$ – радіус інерції потоку;

$D$ – діаметр труби;

$\varphi$ – коефіцієнт заповнення кожуха;

$n$ – кількість робочих витків на шнеку;

$k_п$ – коефіцієнт, що враховує витрати на перемішування, дроблення, защемлення й залипання вантажу;

$k_н$ – коефіцієнт, що враховує неточність виготовлення шнека;

$k_T$ – коефіцієнт, що враховує тертя в опорах шнека;

$k_в$ – коефіцієнт, що враховує зміну між виткового об'єму;

А – частинка транспортованого вантажу.

Р - осьова сила на шнеку;

М - крутний момент на шнеку.

Однією із передумов подолання кризової ситуації у національній економіці є подальший розвиток машинобудування, що сприятиме зростанню продуктивності праці, підвищенню ефективності виробництва, покращенню якості продукції та вимагає принципово нових підходів до створення й використання високоефективних механізмів машин.

Незважаючи на значну кількість наукових праць, які присвячені дослідженню гвинтових транспортерів, рівень їх проектування та виготовлення залишається недостатнім, а наукова база для їх створення не завжди відповідає сучасним вимогам за матеріало- та енергомісткістю.

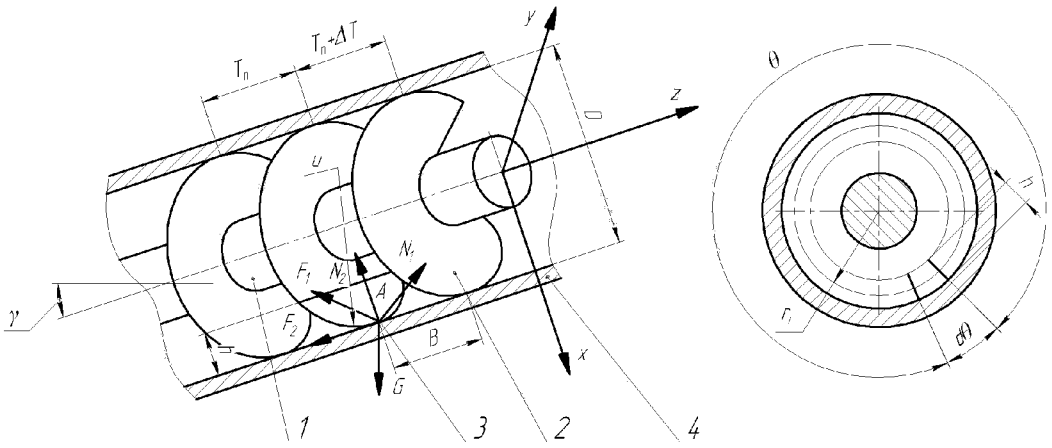
Серед зазначених проблем важливе місце посідає дослідження навантажень на шнеки – робочі органи гвинтових транспортно-технологічних систем, які набули широкого застосування у транспортерах, змішувачах, подрібнювачах, машинах для борботації вільних абразивів, у кондитерській і фармацевтичній промисловостях для збивання в'язких мас тощо. Підвищені вимоги до конструктивних і технологічних параметрів, якості, надійності та довговічності, розширення функціональних можливостей гвинтових транспортно-технологічних систем потребують глибокого аналізу існуючих конструкцій і технологій їх виготовлення та розроблення на цій основі науково обґрунтованих теоретичних та експериментальних напрацювань, їх успішного впровадження у виробництво.

Питанням дослідження навантаження на гвинтових робочих органах транспортно-технологічних механізмів присвячені наукові праці Григор'єва А.В. [1], Германа Х. [2], Гевка Б.М., Рогатинського Р.М. [3] та інших [4, 5]. У практиці для збільшення надійності гвинтових робочих органів було розроблено ряд оригінальних конструкцій шнеків [6–8]. Проте цілий ряд питань, пов'язаних з особливостями

визначення навантажень на шнек з метою ефективного проектування його профілю, потребують подальшого дослідження.

Дослідження спрямовано на розроблення з метою практичної реалізації методики встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині і виведення аналітичної залежності визначення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення елементів гвинтового механізму й тертя в опорах.

Для встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині у транспортно-технологічній системі розглянемо рух частинки А вантажу в координатах x, y, z (рис. 1). Після встановлення характеру цього руху і силових факторів визначимо характер навантажень на шнек під час переміщення вантажу.




1 – привідний вал; 2 – шнек; 3 – частинка вантажу; 4 – кожух

Рисунок 1 – Розрахункова схема переміщення частинки вантажу по нахиленому шнеку

Розглянемо режим роботи шнека, в якому вантаж буде переміщуватися по гвинтовій траєкторії. Із умови контакту частинки А вантажу з гвинтовою поверхнею шнека, її розміщення визначається радіальним параметром u і кутовим параметром θ.

Відповідно координати частинки А в параметричному вигляді визначаються такими залежностями:

$$\begin{cases} X_A = u \cdot \cos\theta; \\ Y_A = u \cdot \sin\theta; \\ Z_A = \left( \dfrac{T_n}{2\pi} + \dfrac{\Delta T}{2\pi}\theta \right) \dfrac{(\theta - \omega t)}{2\pi}. \end{cases} \quad (1)$$

Рівняння руху частинки виводимо на основі рівняння рівноваги всіх сил, що прикладені до неї:

$$\begin{cases} \sum X = N_{1x} + N_{2x} + F_{1x} + F_{2x} - m\ddot{x} + G_x = 0; \\ \sum Y = N_{1y} + N_{2y} + F_{1y} + F_{2y} - m\ddot{y} + G_y = 0; \\ \sum Z = N_{1z} + N_{2z} + F_{1z} + F_{2z} - m\ddot{z} + G_z = 0; \end{cases} \quad (2)$$

Нормальна реакція $N_1$ від поверхні шнека та поверхні труби $N_2$ направлена по вектору нормалі $\vec{n}$ до цих поверхонь, тобто:

$$\vec{N}_1 = N_1 \vec{n}; \quad (3)$$

$$\vec{N}_2 = N_2 \vec{n}. \quad (4)$$

Сили тертя $F_1$ та $F_2$ від вказаних реакцій $N_1$ та $N_2$ направлені протилежно вектору відносної швидкості частинки, а їх проекції визначаємо залежностями:

$$\begin{cases} F_{1x} = -\mu_1 N_1 \dfrac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|}; \\ F_{1y} = -\mu_1 N_1 \dfrac{\dot{y}_1}{|\dot{s}_1|}; \\ F_{1z} = -\mu_1 N_1 \dfrac{\dot{z}_1}{|\dot{s}_1|}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} F_{2x} = -\mu_2 N_2 \dfrac{\dot{x}_2}{|\dot{s}_2|}; \\ F_{2y} = -\mu_2 N_2 \dfrac{\dot{y}_2}{|\dot{s}_2|}; \\ F_{2z} = -\mu_2 N_2 \dfrac{\dot{z}_2}{|\dot{s}_2|}; \end{cases} \quad (6)$$

У загальному вигляді коефіцієнт тертя залежить від швидкості руху частинки, і може бути визначеним за формулою:

$$\mu_1 = \mu_{01} + k|\dot{s}_1|; \quad (7)$$

$$\mu_2 = \mu_{02} + k\left|\dot{s}_2\right|; \tag{8}$$

Оскільки швидкість обертання шнека змінюється не в значних інтервалах, коефіцієнт тертя приймемо постійною величиною.

Відносну швидкість руху частинки А визначаємо за системою рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_A - \dot{x}_{1u}; \\ \dot{y}_1 = \dot{y}_A - \dot{y}_{1u}; \\ \dot{z}_1 = \dot{z}_A - \dot{z}_{1u}. \end{cases} \tag{9}$$

Оскільки кожух шнека нерухомий, то проекції відносної швидкості руху частинки відносно її поверхні дорівнюють:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_A; \\ \dot{y}_1 = \dot{y}_A; \\ \dot{z}_1 = \dot{z}_A. \end{cases} \tag{10}$$

Проекції швидкості руху частинки визначаємо за формулами:

$$\begin{cases} \dot{x}_A = \dfrac{du}{dt}\cos\theta - u\cdot\sin\theta\cdot\dfrac{d\theta}{dt}; \\ \dot{y}_A = \dfrac{du}{dt}\sin\theta - u\cdot\cos\theta\cdot\dfrac{d\theta}{dt}; \\ \dot{z}_A = \left(\dfrac{T_n}{2\pi} + \dfrac{\Delta T}{2\pi}\dfrac{d\theta}{dt}\right)\left(\dfrac{d\theta}{dt} - \omega\right). \end{cases} \tag{11}$$

Швидкість руху шнека визначаємо за залежностями:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1u} = u\cdot\omega\sin\theta; \\ \dot{y}_{1u} = u\cdot\omega\cos\theta; \\ \dot{z}_{1u} = 0. \end{cases} \tag{12}$$

Згідно з формулою (9), враховуючи залежності (11) і (12), знаходимо:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{du}{dt}\cos\theta - u\cdot\sin\theta\cdot\left(\dfrac{d\theta}{dt}-\omega\right); \\ \dot{y}_1 = \dfrac{du}{dt}\sin\theta - u\cdot\cos\theta\cdot\left(\dfrac{d\theta}{dt}-\omega\right); \\ \dot{z}_1 = \left(\dfrac{T_n}{2\pi}+\dfrac{\Delta T}{2\pi}\dfrac{d\theta}{dt}\right)\left(\dfrac{d\theta}{dt}-\omega\right). \end{cases} \tag{13}$$

Модулі швидкості руху частинки визначаємо за формулами:

$$|\dot{s}_1| = \sqrt{\dot{x}_1^2+\dot{y}_1^2+\dot{z}_1^2}\,. \tag{14}$$

$$|\dot{s}_2| = \sqrt{\dot{x}_A^2+\dot{y}_A^2+\dot{z}_A^2}\,. \tag{15}$$

Підставляючи рівняння (13) у формули (14) і (15) після скорочень, отримаємо:

$$|\dot{s}_1| = \sqrt{\left(u^2+\frac{T_n^2}{4\pi^2}+\frac{\Delta T^2}{4\pi^2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}-\omega\right)^2}\,; \tag{16}$$

$$|\dot{s}_2| = \sqrt{u^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2+\left(\frac{T_n^2}{4\pi^2}+\frac{\Delta T^2}{4\pi^2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}-\omega\right)^2}\,. \tag{17}$$

Проекції нормальної реакції на осі координат знаходимо за формулами:

$$\begin{cases} N_{1x} = N_1\cdot\sin\alpha\cos\theta; \\ N_{1y} = N_1\cdot\cos\alpha\sin\theta; \\ N_{1z} = N_1\cdot\cos\alpha; \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} N_{2x} = N_2\cdot\cos\theta; \\ N_{2y} = N_2\cdot\sin\theta; \\ N_{2z} = 0. \end{cases} \tag{19}$$

Прискорення частинки визначаємо за допомогою системи рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -u\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}\left(\dfrac{d\theta}{dt}-\omega\right)-u\sin\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}; \\ \ddot{y} = -u\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt}\left(\dfrac{d\theta}{dt}-\omega\right)-u\cos\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}; \\ \ddot{z} = \left(\dfrac{T_n}{2\pi}+\dfrac{\Delta T}{2\pi}\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right)\dfrac{d^2\theta}{dt^2}. \end{cases} \tag{20}$$

Проекції сили ваги на осі координат знаходимо за формулами:

$$\begin{cases} G_x = mg \cdot \cos\gamma\cos\theta; \\ G_y = mg \cdot \cos\gamma\sin\theta; \\ G_z = -mg \cdot \sin\gamma. \end{cases} \tag{21}$$

Враховуючи рівняння (5) і (6), рівняння (2) набудуть вигляду

$$\begin{cases} \sum X = N_1\left(\sin\alpha\cos\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right) + N_2\left(\cos\theta - \mu_2\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}\right) - m\ddot{x} + G_x = 0; \\ \sum Y = N_1\left(\sin\alpha\sin\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right) + N_2\left(\sin\theta - \mu_2\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}\right) - m\ddot{y} + G_y = 0; \\ \sum Z = N_1\left(\cos\alpha - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right) + N_2\left(-\mu_2\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}\right) - m\ddot{z} + G_z = 0. \end{cases} \tag{22}$$

Розв'язуючи систему рівнянь (22), знаходимо нормальні реакції від поверхонь шнека і кожуха. Із рівнянь (1) і (3) отримаємо:

$$N_2 = \frac{-(m\ddot{x} - mg\cdot\cos\gamma\cos\theta)\dfrac{\left(\cos\alpha - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right)}{\left(\sin\alpha\cos\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right)} - m\ddot{z} - mg\cdot\sin\gamma}{-\dfrac{\left(\cos\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}\right)}{\left(\sin\alpha\cos\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right)}\left(\cos\alpha - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right) - \mu_2\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}}. \tag{23}$$

Із рівняння (1) отримаємо:

$$N_1 = \frac{-N_2\left(\cos\theta - \mu_2\dfrac{\vec{v}_2}{|\vec{v}_2|}\right) + m\ddot{x} + mg\cdot\cos\gamma\cos\theta}{\left(\sin\alpha\cos\theta - \mu_1\dfrac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}\right)}. \tag{24}$$

Якщо розглядати рух потоку вантажу, то на нього діють ті ж сили, що і на матеріальну частинку. Виділимо елементарну масу потоку вантажу *dm*, яку визначаємо із формули

$$dm = \rho B h r_i d\theta.. \tag{25}$$

Радіус інерції потоку визначаємо за формулою [3]:

$$r_i = \frac{D}{4}\left(1 + \sqrt{1-\varphi}\right). \tag{26}$$

Елементарну осьову силу на шнеку визначаємо із формули

$$dPz = dN_{1z} + dF_{2z}. \tag{27}$$

Аналогічно визначаємо крутний момент на шнеку

$$dM_z = \left(dF_1 + dF_2\right) \cdot r_i. \tag{28}$$

Тоді осьову силу на шнеку і крутний момент визначаємо за формулами

$$P_z = \int_0^\theta N_{1z} d\theta + \int_0^\theta F_{2z} d\theta; \tag{29}$$

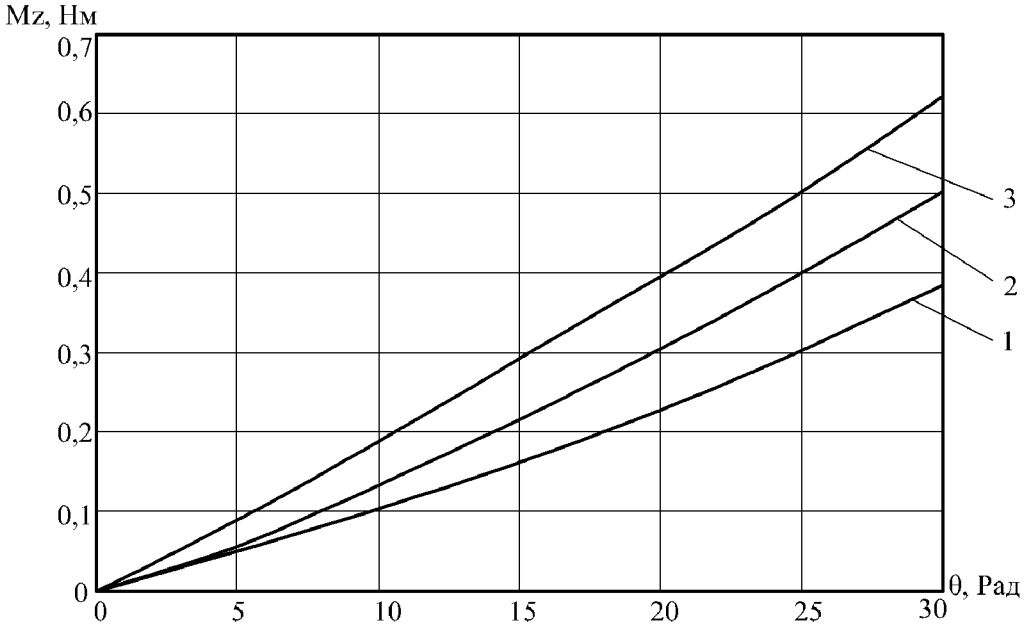
$$M_z = \int_0^\theta (dF_1 + dF_2) \cdot r_i d\theta. \tag{30}$$

Інтегрування рівнянь (29) і (30) із урахуванням формул (22-26) доцільно провести чисельним методом.

Кут $\theta$ визначаємо за формулою

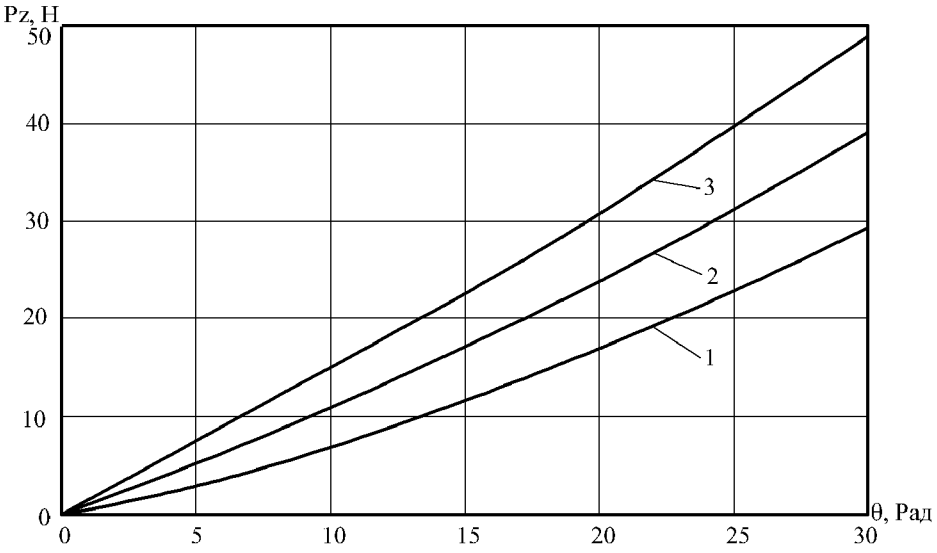
$$\theta = 2\pi n. \tag{31}$$

Залежності навантаження на шнек при встановленому русі вантажу, коли $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0,\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_1 = const$ зображені на (рис. 2–4).




1 – h = 0,02 м; 2 – h = 0,025 м; 3 – h = 0,03м

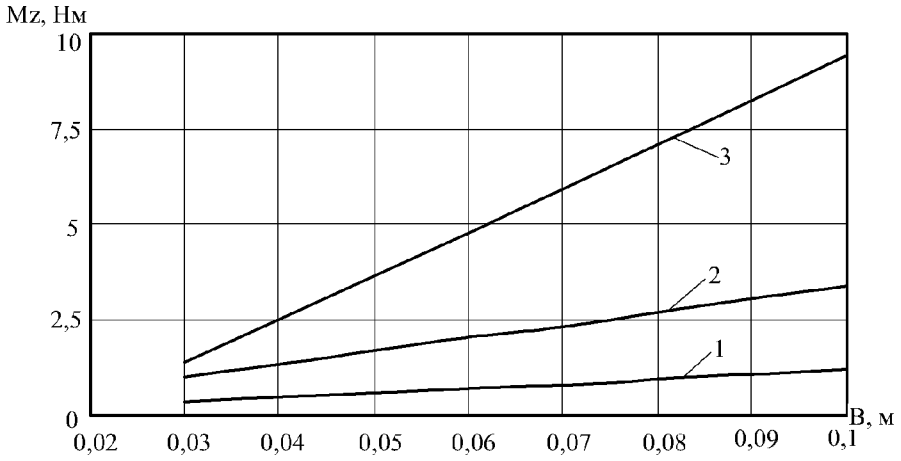
Рисунок 2 – Залежності величини крутного моменту на шнеку від кутового параметра $\theta$




1 – h = 0,02м; 2 – h = 0,025м; 3 – h = 0,03м

Рисунок 3 – Залежності осьового навантаження на шнек від кутового параметра $\theta$

Із графіків, зображених на рис. 3, робимо висновок, що чим більше витків у шнеку, а відповідно чим більший кутовий параметр θ, тим більше осьове навантаження створюється на шнек. Осьове зусилля зростає зі збільшенням коефіцієнта завантаження шнека, відстані між витками та висоти шару вантажу.




1 – D = 0,07 м; 2 – D = 0,09 м; 3 – D = 0,140 м

Рисунок 4 – Залежності величини крутного моменту на шнеку
від величини проміжку між витками B

Із графіків, зображених на рис. 4, робимо висновок, що зі збільшенням величини проміжку між витками, а, отже, і кроку витків та діаметра кожуха шнека, зростає величина крутного моменту на приводі.

Реальне значення величини крутного моменту є більшим розрахункового унаслідок особливостей вантажу, що переміщується, неточності виготовлення гвинтової транспортно-технологічної системи, тертя в опорах і визначаємо за формулою

$$M_{Zд} = \mathrm{k_п} \cdot k_н \cdot \mathrm{k_Т} \cdot k_в \cdot \mathrm{M_Z}\,. \qquad (32)$$

Розроблено методику встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині і виведено аналітичну залежність визначення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення елементів гвинтового механізму й тертя в опорах. Дана залежність може широко використовувати при проектуванні гвинтових транспортно-технологічних систем.

## Список літератури


1. Григорьев А.М. Винтовые конвейеры / А.М. Григорьев. – М.: Машиностроение, 1972. – 184 с.
2. Герман Х. Шнековые механизмы в технологии ФРГ; Х. Герман. [перев. с нем.]. – Л.: Химия, 1975. – 230 с.
3. Гевко Б.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин / Б.М. Гевко, Р.М. Рогатинський. – Львов: Выща школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1989. – 256 с.
4. Рогатинський Р.М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів із сировиною сільськогосподарського виробництва: дис. … доктора техн. наук: 05.20.01, 05.05.05 / Рогатинський Роман Михайлович – К., 1997. – 502 с.
5. Гевко І.Б. Гвинтові транспортно-технологічні механізми: розрахунок і конструювання / І.Б. Гевко. – Тернопіль: ТДТУ імені Івана Пулюя, 2008. – 307 с.
6. Пат. 7757. Україна, МПК 7 B21D11/06. Робочий орган гнучкого секційного гвинтового конвеєра / Гевко І.Б., Рогатинська О.Р.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №20041008386; заявл.15.10.2004р.; опубл.15.07.2005р., Бюл.№7.
7. Пат. №7812. Україна, МПК 7 B65G33/26. Гнучкий гвинтовий робочий орган соковитискача /Гевко Ів.Б., Комар Р.В., Лещук Р.Я., Новосад І.Я., Гевко Іг.Б.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №20041109453; заявл.18.11.2004р.; опубл.15.07.2005р., Бюл.№7.
8. Пат. №14359. Україна, МПК 7 B65 G33/16. Гвинтовий робочий орган змішувача / Гевко І.Б., Левенець В.Б., Дудін О.В.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №u200510601; заявл.09.11.2005р.; опубл.15.05.2006р., Бюл.№5.



*Р. Грудовий*


**Моделирование характера загрузки на винтовые рабочие органы**


Разработана методика установления характера нагрузки на шнек по его длине в винтовом транспортере. Выведена аналитическая зависимость определения реального значения величины крутящего момента на шнеке с учетом особенностей груза, неточности изготовления винтовой транспортно-технологической системы и трения в опорах. Определены и построен ряд зависимостей величины крутящего момента на шнеке при установленном движении груза от различных параметров.



*R. Grudovyy*


**Modeling character load screw working bodies**


Methodology of establishment of character of loading out on screw on its length in a spiral conveyer is developed. Analytical dependence of determination of the real value of size of twist moment is shown out on screw taking into account the features of load; inaccuracy of making of the spiral transport-technological system and friction in supports is defined. The row of dependences of term of twist moment is built on screw at set movement of load from various parameters is appointed.



Одержано 19.10.12